

Rechenschwäche in der Sekundarstufe

–

Diagnostik und Förderung von Schülerinnen und Schülern



Lizenzhinweis

Die vorliegende Schrift „Rechenschwäche in der Sekundarstufe“ steht unter der Lizenz „Creative Commons BY 4.0: Namensnennung“, siehe www.creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de

Die Originalpublikation finden Sie im Internet unter:
epub.uni-bayreuth.de/4873

Der Nachdruck des Originals erfolgte mit folgenden Änderungen:
– Ergänzung dieses Lizenzhinweises sowie der vorletzten Seite und der Rückseite

Dieser Nachdruck wird Ihnen zur Verfügung gestellt vom

Institut für Mathematisches Lernen

38100 Braunschweig, Steinweg 4

38518 Gifhorn, Isenbütteler Weg 43

E-Mail: info@zahlbegriff.de

Tel.: 0531 - 12 16 77 50

Tel.: 05371 - 9 45 95 98

Web: www.zahlbegriff.de



UNIVERSITÄT
BAYREUTH

Rechenschwäche in der Sekundarstufe

–

Diagnostik und Förderung von Schülerinnen und Schülern

**Ein Wegweiser durch fachdidaktische Literatur
für Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe**

Prof. Dr. Volker Ulm

Impressum

Mathematikdidaktik im Kontext

ISSN 2568-0331

Heft 5

Rechenschwäche in der Sekundarstufe – Diagnostik und Förderung von Schülerinnen und Schülern, Ein Wegweiser durch fachdidaktische Literatur für Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe

Bayreuth, 2020

Elektronische Fassung unter:

https://epub.uni-bayreuth.de/view/series/Mathematikdidaktik_im_Kontext.html

Autor

Prof. Dr. Volker Ulm
Universität Bayreuth
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik
Universitätsstraße 30
95440 Bayreuth

Telefon: 0921/55-3267

E-Mail: volker.ulm@uni-bayreuth.de

Web: www.dmi.uni-bayreuth.de

Herausgeber

Carsten Miller und Volker Ulm
Universität Bayreuth
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik
Universitätsstraße 30
95440 Bayreuth

www.dmi.uni-bayreuth.de

Titelbild

contrastwerkstatt – fotolia.com

GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung

Die Universität Bayreuth wird im Rahmen der gemeinsamen „Qualitäts-offensive Lehrerbildung“ von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert.

Inhalt

Vorwort	4
A Einführung	6
B Gaidoschik: Rechenschwäche – Dyskalkulie.....	27
C Kaufmann, Wessolowski: Rechenstörungen.....	28
D Schipper: Rechenstörungen als schulische Herausforderung	29
E Schulz: Erfolgreich rechnen lernen	30
F Mathe sicher können: Natürliche Zahlen.....	31
G StMUK: Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen.....	33
H Lernen zur Überwindung von Rechenschwäche in der Sekundarstufe organisieren	34
I Bildungspolitische Aspekte	46

Vorwort

Dieses Heft wendet sich an Mathematiklehrkräfte in der Sekundarstufe, die sich zum Thema „Rechenschwäche“ kundig machen möchten.

Warum ist dies ein Thema für die Sekundarstufe? Bildungsstandards und Lehrpläne sehen vor, dass Kinder in der Grundschule tragfähige Vorstellungen zu natürlichen Zahlen bis 1.000.000 und zu den Grundrechenarten entwickeln sollen. Allerdings gelingt dies nicht allen Grundschulern in hinreichendem Maße.

Ein nennenswerter Anteil an Schülern verlässt die Grundschule ohne tragfähiges Verständnis für natürliche Zahlen, Rechenoperationen und Rechenstrategien. Beispielsweise ist die Struktur des Dezimalsystems zur Zahldarstellung nicht durchschaut, Additionen und Subtraktionen werden durch Vor- und Rückwärtszählen mühsam und fehleranfällig ausgeführt, Multiplikationsaufgaben bzw. das kleine Einmaleins wurden ohne Verständnis für Zusammenhänge auswendig gelernt, die schriftlichen Rechenverfahren für die Grundrechenarten werden als symbolische Ziffernmanipulationen gesehen, ohne dem Ganzen inhaltliche Bedeutung zu geben. Schüler mit solchen Verständnisdefiziten können durch Auswendiglernen von Ergebnissen, ein gutes Gedächtnis und fleißiges Üben durchaus die Grundschule mit einer Note 3 im Fach Mathematik abschließen. Damit stehen ihnen alle Schularten der Sekundarstufe offen.

In der Sekundarstufe stehen diese rechenschwachen Schüler dann vor de facto unüberwindbaren Problemen im Mathematikunterricht: Wie sollen sie mit negativen Zahlen, Brüchen in Bruch- und Dezimaldarstellung, Variablen und Termen rechnen, wenn ihnen bereits das hierfür notwendige Verständnis für natürliche Zahlen fehlt? Durch reines Auswendiglernen und Üben kommen sie nicht mehr weiter.

Lehrkräfte in der Sekundarstufe stehen damit vor der diagnostischen Frage: Sind schwache Mathematikleistungen in der Sekundarstufe durch mangelndes Verständnis für die stofflichen Inhalte der Sekundarstufe begründet oder beruhen Sie auf Defiziten aus dem Bereich der Grundschulmathematik? Um letztgenannte Schwierigkeiten sensibel erkennen und einordnen zu können und um Schülern bei der Überwindung von Rechenschwäche helfen zu können, braucht die jeweilige Lehrkraft der Sekundarstufe fachdidaktische Kompetenzen zu mathematischen Inhalten der Grundschule (z. B. zum Aufbau von Zahl- und Operationsverständnis für natürliche Zahlen). Genau hierfür wurde die vorliegende Handreichung konzipiert.

Das Positive dabei ist: Rechenschwäche ist kein Schicksal und keine Krankheit (vgl. Gaidoschik 2019, S. 9). Welche Vorstellungen ein Schüler zu natürlichen Zahlen hat, welche Denkweisen er beim Rechnen einsetzt, wie er mit Schreibweisen für Zahlen umgeht, all dies sind Ergebnisse von Lernprozessen. Den Kindern und Jugendlichen begegnen Zahlen im Alltag und in der Schule, sie entwickeln dazu Vorstellungen und Denkstrategien – unter Anleitung von Lehrkräften, Eltern und Geschwistern, aber auch ganz alleine. Es ist normal, dass hierbei sowohl tragfähige Vorstellungen entstehen, als auch solche, die in Sackgassen führen. Eine Aufgabe der Schule ist es, Lernprozesse der Kinder und Jugendlichen zu fördern, bei denen tragfähige Grundvorstellungen zu Zahlen und zu Rechenoperationen entwickelt sowie nicht zielführende Vorstellungen und Strategien überwunden werden.

Es ist klar, dass diese Lernprozesse von Kind zu Kind höchst unterschiedlich erfolgen, denn die Kinder sind – wie auch die Menschen im Allgemeinen – in vielfältigster Hinsicht verschieden. Im Sinne dieser Diversität ist gar nicht zu erwarten, dass alle Schüler das Rechnen so lernen, wie es Lehrpläne und Schulbücher idealtypisch vorsehen.

In der Mathematikdidaktik – der Wissenschaft vom Lehren und Lernen von Mathematik – ist die Thematik der Rechenschwäche seit Jahrzehnten bearbeitet.

- Es gibt elaborierte Theorien, um das Phänomen der Rechenschwäche begrifflich zu fassen und zu verstehen.
- Es gibt umfassend erprobte Konzepte, um die individuellen Schwierigkeiten beim einzelnen Schüler differenziert und mit Bezug zu mathematischem Denken festzustellen.
- Schließlich das Wichtigste für die Kinder und Jugendlichen: Es gibt bewährte und leicht zugängliche Förderkonzepte, um Schülern bei der Überwindung von Rechenschwäche wirksam zu helfen.

Im Folgenden steht primär die Schule als gemäß der Bayerischen Verfassung festgelegter Ort für das Lehren und Lernen im Fokus. Es ist eine zentrale Aufgabe des Staates und des Schulsystems, alle Kinder – insbesondere auch diejenigen mit Rechenschwäche – möglichst optimal zu fördern. Dazu ist die Schule da. Die Schlüsselpersonen hierfür sind die Lehrkräfte in der Schule. Sie sind Fachleute für fachbezogenes Lehren und Lernen – aufgrund ihrer beruflichen Expertise und auf Basis ihrer langjährigen Aus- und Fortbildung in ihren Fächern, den Fachdidaktiken und den Erziehungswissenschaften.

Was passiert denn, wenn man sich in der Sekundarstufe dieses Themas nicht annimmt? Schüler, die mit Rechenschwäche in die fünfte Jahrgangsstufe kommen, werden die Rechenschwäche durch undifferenziertes Weiterlernen in der Sekundarstufe kaum überwinden. Aufgrund des fehlenden Verständnisses für natürliche Zahlen sind sie substanziell daran gehindert, die vielfältigen Lernziele des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe zu erreichen. Es bleibt also nicht nur die Rechenschwäche aus der Grundschule erhalten, sondern auch die Jahre in der Sekundarstufe können nicht wirkungsvoll für weiteren mathematischen Kompetenzzuwachs genutzt werden. Die Schüler gehören dann mit großer Wahrscheinlichkeit am Ende ihrer allgemeinbildenden Schulzeit zu der Gruppe von Jugendlichen, die bei PISA als „Risikogruppe“ bezeichnet wird. Sie sind an einem erfolgreichen Übertritt ins Berufsleben und an gesellschaftlicher Teilhabe substanziell gehindert.

Die vorliegende Handreichung setzt genau hier an. Sie soll Lehrkräften der Sekundarstufe Mut machen, das Erkennen und Fördern rechenschwacher Schüler als ureigenste Angelegenheit der Schule zu sehen und entsprechend offensiv und wirkungsvoll anzugehen.

Schließlich der Hinweis: Wenn in diesem Heft von Schülern, Lehrkräften, Kollegen, Eltern etc. die Rede ist, sind damit jeweils Personen jeglichen Geschlechts gemeint.

A Einführung

1 Welche Grundvorstellungen sollten Schüler zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen entwickeln?

Ein verständnisvoller Umgang mit natürlichen Zahlen basiert entscheidend darauf, welche Vorstellungen man zu Zahlen besitzt. Dementsprechend wird im Folgenden geklärt, welche Vorstellungen Schüler zu natürlichen Zahlen und zu Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen entwickeln sollten. Dies ist der Schlüssel, um Phänomene der Rechenschwäche zu verstehen, Schwierigkeiten von Schülern zu diagnostizieren und darauf aufbauend Schülern durch Fördermaßnahmen zu helfen.

Grundvorstellungen zu mathematischen Begriffen

Mathematikunterricht zielt darauf ab, dass Lernende zu den erarbeiteten Begriffen „tragfähige Vorstellungen“ aufbauen und sie den Begriffen „inhaltliche Bedeutungen“ geben, sodass sie mit den Begriffen „verständnisvoll umgehen“ können. Wie lassen sich derartige Beschreibungen fachbezogen weiter konkretisieren? In der Mathematikdidaktik und der Pädagogik hat sich hierzu der Begriff der „Grundvorstellungen“ seit etwa 200 Jahren etabliert (vgl. Hofe, v. 1995, 1996).

Eine **Grundvorstellung** zu einem mathematischen Begriff ist eine inhaltliche Deutung des Begriffs, die diesem Sinn gibt.

Durch Grundvorstellungen können fachliche Aspekte eines mathematischen Begriffs erfasst und in Bezug zu sinnhaften Kontexten mit Bedeutung versehen werden. Dies ist eine wesentliche Voraussetzung dafür, dass man mit einem Begriff verständnisvoll umgehen kann. Wir konkretisieren dies nun für die natürlichen Zahlen und die zugehörigen Grundrechenarten.

Anzahlvorstellung zu natürlichen Zahlen

Den Zahlbegriff „fünf“ sollten Schüler gedanklich etwa mit einer Zusammenfassung von fünf Objekten verbinden – wie z. B. einem Muster aus fünf Punkten oder einer Menge aus fünf Murmeln. Dabei sollte ihnen gleichzeitig bewusst sein, dass es nicht auf die Art oder die Eigenschaften der Objekte ankommt, sondern nur auf die Anzahl. Derartige Vorstellungen werden entwickelt, indem die Lernenden z. B. Mengen handelnd zusammenstellen, mit ihnen umgehen und sie zeichnerisch darstellen. Eine natürliche Zahl wird also verstanden als Anzahl der Elemente einer Menge.

Mit der **Anzahlvorstellung** (= **Kardinalzahlvorstellung**) wird eine natürliche Zahl verstanden als Anzahl von Objekten. Damit geben Zahlen Antworten auf die Frage: „Wie viele?“

Reihenfolgevorstellung zu natürlichen Zahlen

Zahlen stellen auch eine Reihenfolge her. Wenn man Gegenstände durchzählt mit „eins, zwei, drei, vier, fünf“, dann steht die „fünf“ für den Fünften in der Reihe. Der Fünfte kommt nach dem Vierten und vor dem Sechsten. Diese Bedeutung von Zahlen zur Kennzeichnung einer Position innerhalb einer geordneten Reihe führt zur Reihenfolgevorstellung.

Mit der **Reihenfolgevorstellung** (= **Ordinalzahlvorstellung**) werden natürliche Zahlen als Positionen in einer geordneten Reihe verstanden. Damit geben Zahlen Antworten auf die Frage: „Der wievielte?“

Die Position in einer Reihe wird sprachlich ausgedrückt mit Worten wie etwa „auf Platz Nr. 5“ oder „der Fünfte“.

Beide Vorstellungen zu natürlichen Zahlen – die Reihenfolgevorstellung und die Anzahlvorstellung – sowie ein flexibler Wechsel zwischen beiden Vorstellungen sind essentiell für einen verständnisvollen Umgang mit Zahlen. Wenn Kinder etwa fünf Gegenstände der Reihe nach abzählen und dabei jedem Gegenstand eine Nummer zuweisen (z. B. „eins, zwei, drei, vier, fünf“), dann bezeichnet die „fünf“ gemäß der Reihenfolgevorstellung zunächst den fünften Gegenstand. Wesentlich ist aber auch der gedankliche Wechsel zur Anzahlvorstellung, dass damit die abgezählte Menge fünf Objekte umfasst.

Grundvorstellungen zu Rechenoperationen auf Basis der Anzahlvorstellung

Auf der Anzahlvorstellung können *Grundvorstellungen für Operationen mit natürlichen Zahlen*, d. h. für die Grundrechenarten, aufbauen (vgl. z. B. Padberg, Benz 2011, S. 87 ff., Hasemann, Gasteiger 2014, S. 118 ff.). Daraus lassen sich dann wiederum Rechenstrategien entwickeln, begründen und verstehen.

▪ Addition

Die grundlegende Vorstellung zur Addition „ $5 + 3 = 8$ “ ist die des **Zusammenfügens** disjunkter Mengen. Zwei Beispiele:

- Laura hat 5 Murmeln, Max hat 3 Murmeln. Wie viele Murmeln haben sie zusammen?
- Laura hat 5 Murmeln und bekommt noch 3 weitere Murmeln. Wie viele hat sie dann?

Die Rechnung „ $5 + 3 = 8$ “ abstrahiert diese Situationen. Umgekehrt geben die Situationen und die damit verbundene Grundvorstellung des Zusammenfügens von Mengen der Addition „ $5 + 3$ “ und dem Rechenergebnis eine inhaltliche Bedeutung und damit einen Sinn.

▪ Subtraktion

Mit einer Subtraktion wie etwa „ $8 - 5 = 3$ “ sollten Schüler auf jeden Fall zwei Grundvorstellungen verbinden:

- Die naheliegendste Grundvorstellung ist die des **Wegnehmens**. In Sachsituationen sind etwa 8 Kinder im Zimmer, davon gehen dann 5 Kinder hinaus. Eine Schülerin hat 8 Bonbons und gibt einer Mitschülerin 5 Bonbons ab. Der Wert der Differenz „ $8 - 5$ “ gibt jeweils an, wie viele übrig bleiben.
- Eine weitere Grundvorstellung zur Subtraktion ist die des **Unterschieds**. Ein Beispiel: Laura hat 8 Murmeln, Max hat 5 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Laura mehr? Der Wert der Differenz „ $8 - 5$ “ gibt hier einen Unterschied an, d. h. wie viele es mehr sind.

Beide Grundvorstellungen geben der Subtraktion „ $8 - 5$ “ eine inhaltliche Bedeutung und damit Sinn.

▪ Multiplikation

Die Beschäftigung mit Sachsituationen sollte zur Entwicklung von zwei typischen Grundvorstellungen zur Multiplikation wie etwa „ $5 \cdot 3 = 15$ “ führen:

- Eine Grundvorstellung verbindet die Multiplikation mit **zeitlich-sukzessiven Handlungen**. Es wird etwa fünfmal eine Handlung mit jeweils drei Objekten in gleicher Weise ausgeführt. Ein Beispiel: Max geht fünfmal in den Keller und holt jeweils drei Flaschen Wasser. Wie viele Flaschen hat er insgesamt geholt?
- Eine andere Grundvorstellung verknüpft die Multiplikation mit **räumlich-simultanen Anordnungen**. Es ist keine Handlung notwendig, sondern die Objekte sind in strukturierter Weise bereits vorhanden. Ein Beispiel: Auf dem Tisch liegen 5 Würfel, jeder Würfel zeigt 3 Augen. Wie viele Augen sind es insgesamt?

Als sehr klar strukturierte Visualisierung des Produkts „ $5 \cdot 3$ “ eignet sich etwa ein rechteckiges Muster aus fünfmal drei Punkten (siehe Abbildung).



▪ Division

Mit einer Division wie „ $15 : 5 = 3$ “ lassen sich Situationen von zweierlei Struktur charakterisieren, die entsprechend zu zwei Grundvorstellungen zum Dividieren führen sollten:

- Das Dividieren sollte mit der Grundvorstellung des **Verteilens** verknüpft werden. Ein Beispiel: Fünfzehn Kinder verteilen sich gleichmäßig in fünf Räume. Wie viele Kinder sind in jedem Raum?
Hierbei werden also Objekte gruppiert. Es ist bekannt, wie viele Gruppen es gibt. Gefragt wird, wie groß jede einzelne Gruppe ist.
- Die zweite Grundvorstellung des Dividierens ist die des **Aufteilens**. Ein Beispiel: Fünfzehn Kinder bilden Fünfergruppen. Wie viele Gruppen entstehen dabei?
Auch hier werden Objekte gruppiert. Es ist bekannt, wie groß jede einzelne Gruppe ist. Gefragt wird, wie viele Gruppen es gibt.

Die Anzahlvorstellung ist die Basis für tragfähige Grundvorstellungen zu den Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen.

Auch mit der Reihenfolgevorstellung für natürliche Zahlen können Grundvorstellungen zu den Grundrechenarten entwickelt werden. So lässt sich die Addition mit dem Vorwärtszählen in einer geordneten Reihe und die Subtraktion mit dem Rückwärtszählen gedanklich verbinden. Derartige Vorstellungen und Zählverfahren entwickeln Kinder im Vorschul- und Schulalter in der Regel ganz natürlich. Allerdings sind solche Zählverfahren nur bei kleinen Zahlen praktikabel. Schüler, die nur zählend rechnen können, scheitern, wenn der Zahlenbereich größer wird – beispielsweise im Tausenderraum (vgl. Abschnitt 2). Deshalb ist es eine fundamentale Aufgabe des Mathematikunterrichts der ersten Schuljahre, Grundvorstellungen zu den Grundrechenarten zu entwickeln, die auf der Anzahlvorstellung natürlicher Zahlen aufbauen.

2 Was ist zählendes Rechnen und warum ist dies mittelfristig problematisch?

Der zählende Zugang zu Zahlen und zum Rechnen ist ganz normal in der Entwicklung im Vorschulalter und in der ersten Jahrgangsstufe. Mit der Reihenfolgevorstellung zählen Kinder Objekte in ihrer Umwelt ab. Dabei lernen sie die Zahlwörter und die Zahlwortreihe.

Man kann mit der Reihenfolgevorstellung auch rechnen, indem man (z. B. mit Verwendung der Finger) zählt. Beispielsweise kann man die Aufgabe $4 + 2$ durch Zählen an den Fingern lösen. Man zählt bis vier und dann noch zwei Positionen weiter: „1, 2, 3, 4“ — „5, 6“. Das Ergebnis ist 6.

Die Schwierigkeiten bei derartigem zählenden Rechnen sind offenkundig:

- Man verzählt sich leicht.
- Wenn die Zahlen größer werden (z. B. $58 + 74$), ist dies praktisch nicht mehr zu schaffen.
- Beim Addieren und Subtrahieren kann man sich über Vorwärts- und Rückwärtszählen bei kleinen Zahlen noch helfen. Aber man hat wenig Chancen, tieferes Verständnis für das Multiplizieren und das Dividieren zu entwickeln.

Um diese Schwierigkeiten klar herauszustellen, machen wir ein Gedankenexperiment (vgl. Spiegel, Selter 2003, S. 88):

Hierzu ersetzen wir die natürlichen Zahlen durch Buchstaben – und zwar genau in der Reihenfolge des Alphabets, d. h. $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, $d = 4$, etc.

Zum Alphabet $a, b, c, d, e, f, g, \dots$ haben wir etwa Vorstellungen, wie sie Schüler mit Rechenschwäche von natürlichen Zahlen haben. Es ist eine geordnete Reihe. Man kann die Buchstaben der Reihe nach aufsagen, also vorwärts und etwas mühsamer auch rückwärts zählen.

Mit den Buchstaben können Mengen von Gegenständen abgezählt werden, etwa so: a, b, c, d, e . Wir können mit kleinen Zahlen durch Zählen auch Addieren und Subtrahieren. Um etwa $d + b$ zu berechnen, zählen wir vorwärts: „ a, b, c, d “ — „ e, f “. Das Ergebnis ist f .

Aber was ist $i + k$? Man scheitert an der eigenen Konzentrationsfähigkeit.

Was ist t geteilt durch e ? Dazu kann man kaum Vorstellungen aufbauen. Man könnte versuchen, die Rechnung „ t geteilt durch e ist d .“ auswendig zu lernen. (Die Übersetzung wäre $20 : 5 = 4$.)

Vor genau diesen Schwierigkeiten stehen Kinder, die zählend rechnen.

- Die selbst zurechtgelegten Zählstrategien funktionieren irgendwann nicht mehr, weil die Zahlen zu groß sind und das Zählen zu kompliziert ist.
- Das Auswendiglernen von Rechnungen (wie etwa das kleine Einmaleins) schafft man nicht mehr, weil man keine Querverbindungen zwischen den vielen Rechnungen sieht.

Nach den Erfahrungen von Schipper (2005, S. 20, vgl. auch Kapitel D) ist nahezu jedes Kind mit Rechenschwäche ein zählender Rechner. Dies bedeutet nicht, dass diese Kinder über keinerlei andere Rechenstrategien verfügen. Andere Strategien sind ggf. nur nicht ausreichend gefestigt und werden entsprechend nicht systematisch genutzt. Insbesondere bei schwierig erscheinenden Aufgaben fallen die Schüler auf das scheinbar sicherere Zählen zurück.

Ein zählender Zugang zu Zahlen ist normal. Allerdings ist zählendes Rechnen nur in einem kleinen Zahlenbereich (bis etwa 20) zielführend. Deshalb ist es eine zentrale Lernaufgabe für Schüler der ersten Jahrgangsstufen, das zählende Rechnen zu überwinden und durch andere Rechenstrategien zu ersetzen.

3 Warum ist das Stellenwertsystem nützlich und schwierig?

Eine wesentliche Stärke unseres Dezimalsystems ist, dass man mit zehn Ziffern jede beliebige, noch so große Zahl darstellen kann. (Im römischen Zahlensystem ist dies beispielsweise nicht möglich.) Zudem kann man mit großen Zahlen rechnen, indem man systematisch nur mit einzelnen Ziffern rechnet. Warum funktioniert dies so gut in Stellenwertsystemen bzw. in unserem Dezimalsystem?

Darstellen von Zahlen

Ein zentrales Prinzip in unserem Dezimalsystem ist das Bündelungsprinzip: Zehn Einer werden zu einem Zehner gebündelt, zehn Zehner werden zu einem Hunderter gebündelt, zehn Hunderter ergeben einen Tausender etc. Damit ist die Schreibweise „258“ die Kurzform für „zwei Hunderter, fünf Zehner und acht Einer“.

Allgemein ist das Charakteristische eines Stellenwertsystems:

- Die Position einer Ziffer gibt an, auf welche Bündelart sie sich bezieht (Einer, Zehner, Hunderter, etc.).
- Der Wert einer Ziffer gibt an, wie viele Bündel der jeweiligen Art gemeint sind.

Grundlegend für diese Sicht auf Zahlen ist die Anzahlvorstellung bzw. Kardinalzahlvorstellung („Wie viele?“, vgl. Abschnitt 1). Es geht um die Größe von Bündeln und die Anzahl von Bündeln.

Zehn ist nicht einfach nur die Nummer nach Neun und vor Elf, sondern Zehn steht für ein Bündel aus zehn Einern. In einer Zahl wie „58“ steht die Ziffer „5“ für fünf Zehner und die „8“ für acht Einer. Hätte man nur die Reihenfolgevorstellung, wäre „58“ lediglich die Position zwischen „57“ und „59“.

Die Schwierigkeiten des Dezimalsystems sind offensichtlich: Es handelt sich um eine komprimierte, recht abstrakte Schreibweise. Die Bedeutung einer einzelnen Ziffer kann nur aus dem Zusammenhang des Zahlworts erschlossen werden, jede Ziffer trägt nur einen Beitrag zum Wert der Zahl bei. Zudem erfordert ein Verständnis für das Stellenwertsystem die Entwicklung der Anzahlvorstellung für natürliche Zahlen. Die Reihenfolgevorstellung von Zahlen und zählendes Rechnen führen hier nicht weiter.

Diese Aspekte sind für Lehrkräfte von zentraler Bedeutung, um die Schwierigkeiten von Kindern mit Rechenschwäche einzuordnen, zielgerichtete Fördermaßnahmen zu entwickeln bzw. möglichst Rechenschwäche erst gar nicht entstehen zu lassen.

Rechnen mit Zahlen

Nur mit der Anzahlvorstellung und dem Stellenwertsystem gewinnt man einen Zugang zum Rechnen mit größeren natürlichen Zahlen – beim Kopfrechnen ebenso wie bei halbschriftlichen und schriftlichen Verfahren.

Eine Addition wie $258 + 374$ erschließt sich nicht durch Weiterzählen, sondern durch die Gliederung der Zahlen in Hunderter, Zehner und Einer und ein weiteres Arbeiten mit diesen Bündeln – im Kopf oder auf Papier. Entsprechend ist es bei der Subtraktion, der Multiplikation und der Division.

Es ist gerade eine Stärke des Stellenwertsystems, dass man darin mit großen Zahlen rechnen kann, indem man sich systematisch auf die Ziffern an den einzelnen Stellen fokussiert und diese miteinander verrechnet. Die halbschriftlichen und schriftlichen Rechenverfahren basieren auf diesem Prinzip.

Verständnis für das Stellenwertsystem ist ein entscheidender Schlüssel für Orientierung im Zahlenraum und für tragfähige Rechenstrategien.

4 Was ist Rechenschwäche?

Nicht jeder Schüler entwickelt in den ersten Jahren der Grundschulzeit die Vorstellungen und Denkweisen zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen, die einer Durchschnittsentwicklung entsprechen. Dies ist angesichts der Verschiedenheit der Schüler auch ganz normal. Es gibt dabei Schüler, die insbesondere in den Jahrgangsstufen 1 und 2 so wenig tragfähige Vorstellungen zu Zahlen und Operationen mit Zahlen entwickeln, dass sie mit Zahlen kaum verständnisvoll und in der Folge substantziell falsch umgehen.

Dabei hat nicht jeder Schüler, der Fehler beim Rechnen macht, automatische Rechenschwäche. Fehler gehören zu jedem Prozess des Erlernens komplexer Fähigkeiten dazu. Jeder, der Laufen, Sprechen, Schreiben, Radfahren, Musizieren lernt, macht beim Lernen Fehler. Aus Fehlern kann man lernen, bei erfolgreichem Weiterlernen verschwinden Fehler auch wieder.

Ein tiefliegendes Problem entsteht beim Rechnenlernen, wenn Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen – insbesondere die Anzahlvorstellung – und zu Rechenoperationen (vgl. Abschnitt 1) nicht oder nicht tragfähig ausgebildet wurden und sich fehlerhafte Denkweisen beim Umgang mit natürlichen Zahlen derart verfestigt haben, dass ein einfaches „Weiterlernen“ und „Mitlernen“ im Klassenverband nicht zu einer Verbesserung führt. Für Schüler mit derartigen Schwierigkeiten hat sich im deutschsprachigen Raum in der Mathematikdidaktik und in pädagogischen Kontexten der Begriff der Rechenschwäche etabliert.

Rechenschwäche ist ein Mangel an tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Operationen mit natürlichen Zahlen. Er führt zu substantziell fehlerhaften Denkweisen beim Umgang mit diesen Zahlen.

Kinder mit Rechenschwäche haben dauerhafte und schwerwiegende Schwierigkeiten beim Rechnenlernen, die durch undifferenziertes Weiterlernen im regulären Unterricht nicht ausgeglichen werden können. Sie brauchen eine spezielle fachdidaktische und pädagogische Förderung.

Weitere Begriffe für Rechenschwäche

Für Schwierigkeiten beim Rechnen wurde in den vergangenen Jahrzehnten eine Fülle von Begriffen gebildet. Eine Auflistung von etwa 40 solcher Begriffe geben Lorenz, Radatz (1993, S. 17), z. B. Akalkulie, Anarithmie, Arithmastenie, Dyskalkulie, Kalkulasthenie, Zahlen-Aphasie ...

De facto bedeuten alle diese Begriffe das Gleiche. Dabei wird durch ans Griechische und Lateinische angelehnte Bezeichnungen versucht, das Phänomen in den Bereich der Krankheiten zu rücken. Dies erscheint teils durchaus mit der Absicht verbunden, die Zuständigkeit für dieses Phänomen der Rechenschwäche der Schule zu nehmen und an private „Institute für Dyskalkulie“, „Zentren für Arithmastenie“ oder andere kommerzielle Einrichtungen mit fantasievoller Namensgebung zu verlagern (Lorenz 2003 b, S. 103).

Bei der Bezeichnung des Phänomens sollte man auch an das Kind denken. Wie wirkt ein bedrohlich klingender Begriff wie Arithmastenie, Dyskalkulie oder Kalkulasthenie auf ein Kind, das diesen Begriff zugeschrieben bekommt?

Mittlerweile ist in der Mathematikdidaktik und in pädagogischen Kontexten der Begriff der Rechenschwäche verbreitet. Der Begriff drückt klar aus, worum es geht. Eine Schwäche – in diesem Fall ein Mangel an tragfähigen Grundvorstellungen zu Zahlen und Operationen mit Zahlen – kann durch gezieltes Training gemindert oder sogar überwunden werden. Der Entstehung einer Schwäche kann sogar vorgebeugt werden.

Dabei wird – wie auch im vorliegenden Heft – der Begriff der Rechenschwäche als synonym angesehen zu den vielen anderen Begriffen wie Rechenstörung oder Dyskalkulie.

5 Warum ist Rechenschwäche nicht Mathematikschwäche – insbesondere in der Sekundarstufe?

Rechenschwäche (= Rechenstörung = Dyskalkulie) bezieht sich, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, auf den Umgang mit natürlichen Zahlen und damit auf Lehrplaninhalte der Jahrgangsstufen 1 bis 4.

Damit hat nicht jeder Schüler der Sekundarstufe, der erhebliche Schwierigkeiten beim Lernen der Inhalte des Mathematiklehrplans der Sekundarstufe hat, automatisch Rechenschwäche.

Wenn ein Schüler

- einerseits tragfähige Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen bis zu 1.000.000 und zu den vier Grundrechenarten in diesem Zahlenbereich besitzt sowie über zugehörige Rechenstrategien für natürliche Zahlen verfügt

und wenn dieser Schüler

- andererseits erhebliche Schwierigkeiten mit den mathematischen Inhalten der Sekundarstufe hat, also beispielsweise mit Brüchen, negativen Zahlen, Wurzeln, Variablen, Termen, Gleichungen im Bereich der Algebra oder mit Inhalten aus der Geometrie, Analysis oder Stochastik,

dann hat dieser Schüler **keine Rechenschwäche**.

Die Argumentation „Ein Schüler der Sekundarstufe zeigt schlechte Leistungen in Mathematik, also hat er Rechenschwäche.“ ist also *im Allgemeinen* nicht richtig.

Allerdings haben natürlich Kinder und Jugendliche *mit Rechenschwäche* erhebliche Schwierigkeiten, die für die Sekundarstufe vorgesehenen mathematischen Kompetenzen zu erwerben. Sie können zwar beispielsweise Grundvorstellungen und Verständnis für den Bruchbegriff entwickeln, scheitern aber beim Rechnen mit Brüchen, weil dies Rechenfähigkeiten im Bereich der natürlichen Zahlen als Grundlage voraussetzt. Analog ist es etwa bei negativen Zahlen, Wurzeln, Variablen und Termen. Die Schüler können ggf. Verständnis für den jeweiligen mathematischen Begriff entwickeln, aber nicht mit den jeweiligen Objekten rechnerisch umgehen, weil dies jeweils auf Rechenfähigkeiten mit natürlichen Zahlen aufbaut. Entsprechend können die Schüler ggf. auf Basis ihres räumlichen Vorstellungsvermögens mit geometrischen Körpern gedanklich umgehen, sie scheitern aber bei der Berechnung von Oberflächeninhalten und Volumina.

Insofern können Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in der Sekundarstufe durchaus deutliche Hinweise auf das Vorliegen von Rechenschwäche sein. Im Einzelfall ist jeweils genauer abzuklären, wo die Schwierigkeiten herrühren: Liegt es „nur“ am Verständnis für die Mathematik der Sekundarstufe oder liegt es am Verständnis für die zugrunde liegende Arithmetik der Primarstufe.

Hierbei ist auch zu bedenken, dass Mathematik nicht gleich Rechnen ist und dass mathematische Kompetenzen viel umfassender und vielfältiger als Rechenkompetenzen sind. So zeigt folgende Abbildung das Kompetenzmodell für Mathematik des bayerischen LehrplanPLUS (sowie der Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz) mit der Gliederung in mathematische Inhaltsbereiche und prozessbezogene Kompetenzen.



(Bildquelle: www.lehrplanplus.bayern.de)

Es gibt vielfältige Facetten mathematischen Denkens, die unabhängig von Rechnen sind. Rechenfähigkeiten sind beispielsweise nicht erforderlich, wenn Schüler Kongruenzsätze für Dreiecke begründen und anwenden, Sätze über Schnittpunkte von Transversalen in Dreiecken begründen und anwenden, Vierecke klassifizieren, geometrische Konstruktionen mit Zirkel und Lineal auszuführen, Körpernetze entwickeln, Schrägbilder zeichnen, den Satz des Pythagoras geometrisch beweisen, funktionale Zusammenhänge qualitativ beschreiben und dies entsprechend mit Graphen darstellen u.v.m.

Allerdings sind natürlich viele Inhaltsbereiche der Mathematik und mathematische Denkprozesse eng mit dem Bereich der Zahlen verwoben, beispielsweise, wenn in geometrischen Situationen Längen, Flächeninhalte, Volumina oder Winkel berechnet werden, wenn funktionale Zusammenhänge mit Zahlen beschrieben werden oder stochastische Phänomene mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten erfasst werden.

Insofern haben Schüler *mit Rechenschwäche* in der Regel erhebliche Schwierigkeiten mit den Inhalten des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe. Diese Schwierigkeiten können maßgeblich durch Rechenschwäche verursacht sein, sie sind allerdings mit Rechenschwäche nicht gleichzusetzen.

Rechenschwäche bezieht sich auf natürliche Zahlen und ist dadurch inhaltlich von Schwierigkeiten mit mathematischen Inhalten der Sekundarstufe leicht und deutlich abzugrenzen.

Schüler mit Rechenschwäche haben in der Regel erhebliche Schwierigkeiten im Mathematikunterricht der Sekundarstufe.

Umgekehrt hat nicht jeder Schüler mit erheblichen Schwierigkeiten im Mathematikunterricht der Sekundarstufe automatisch Rechenschwäche.

6 Welche Hinweise gibt es für ein Vorliegen von Rechenschwäche?

Schipper (2005, S. 20 f., vgl. auch Kapitel D) kristallisiert auf Basis langjähriger Arbeit in einer Beratungsstelle für Kinder mit Rechenschwierigkeiten an der Universität Bielefeld vier Symptomfelder von Rechenschwäche heraus:

Verfestigtes zählendes Rechnen

Zählendes Rechnen (vgl. Abschnitt 2) ist im Vorschulalter und in der ersten Jahrgangsstufe ganz normal. Wie in Abschnitt 2 dargestellt, entstehen aber schwerwiegende Probleme, wenn es einem Kind nicht gelingt, sich allmählich vom zählenden Rechnen zu lösen und andere Rechenstrategien aufzubauen. Bei nahezu jedem Kind mit Rechenschwierigkeiten hat sich zählendes Rechnen verfestigt. Dabei kann es durchaus sein, dass das Kind auch andere Rechenstrategien kennt und gelegentlich nutzt. Sie sind allerdings nicht ausreichend gefestigt und werden entsprechend nicht systematisch genutzt. Vor allem bei schwierig erscheinenden Aufgaben fällt das Kind auf das scheinbar sicherere Zählen zurück.

Einseitige Vorstellungen von Zahlen und Operationen

Essentiell für das Rechnen mit größeren Zahlen sind gemäß den Abschnitten 1 und 3 die Anzahlvorstellung von natürlichen Zahlen und darauf aufbauendes Verständnis für das Dezimalsystem als Stellenwertsystem sowie für die Grundrechenarten. Schüler mit Rechenschwäche greifen – insbesondere, wenn sie unsicher sind, – eher auf die *Reihenfolgevorstellung* zurück. Damit können sie die Struktur des Dezimalsystems für eine Orientierung im Zahlenbereich und für das Rechnen nicht sinnvoll nutzen. Sie haben erhebliche Probleme bei der Entwicklung von Grundvorstellungen für Rechenoperationen und von Rechenstrategien, da diese vor allem auf der Anzahlvorstellung für natürliche Zahlen aufbauen (vgl. Abschnitt 1).

Probleme bei Richtungsunterscheidung

Ein hoher Prozentsatz von Kindern mit Rechenschwäche ist auch noch im zweiten Schuljahr und danach nicht sicher bei der Unterscheidung von links und rechts bzw. von Richtungen. Diese Fähigkeit ist aber eine wichtige Voraussetzung für erfolgreiches Mathematiklernen, denn viele Arbeitsmittel und Veranschaulichungen im Mathematikunterricht basieren auf Richtungen (z. B. Zahlenstrahl, Hundertertafel, Rechenrahmen).

Intermodalitätsprobleme

Informationen können auf verschiedene Arten dargestellt werden: durch Handlungen, mit Bildern und mit Symbolen (z. B. Buchstaben oder Zahlen). Beim Mathematiklernen in der Schule finden regelmäßige Wechsel zwischen diesen Darstellungsarten statt: Die Schüler handeln mit Material, sie zeichnen Bilder dazu und betrachten Bilder im Buch, sie formulieren Situationen sprachlich, lesen Texte und stellen Rechnungen auf. Derartige wechselseitige Übersetzungen von Handlungen, Bildern und Symbolen gelingen Schülern mit Rechenschwäche oft nicht. Damit hat für sie die Welt der Anschauungsmaterialien mit der Welt der Rechenaufgaben scheinbar wenig zu tun.

Relevanz solcher Kategorisierungen

Diese genannten vier Symptombfelder sind so zu verstehen, dass erfahrungsgemäß viele Schüler mit Rechenschwäche typischerweise Probleme in einem oder mehreren dieser Felder zeigen. Dabei ist allerdings zu bedenken, dass die Erscheinungsformen von Rechenschwäche von Kind zu Kind höchst unterschiedlich ausgeprägt sein können – entsprechend der Komplexität des Phänomens der Rechenschwäche und seiner möglichen Ursachen (vgl. Abschnitt 11). Nicht alle rechenschwachen Kinder zeigen Auffälligkeiten in den vier Symptombfeldern, umgekehrt sind nicht alle Kinder mit Problemen in den vier Feldern automatisch rechenschwach.

Dennoch ist fachdidaktisches Wissen über typische Erscheinungsformen von Rechenschwäche ausgesprochen wertvoll für Lehrkräfte, um für dieses Phänomen sensibilisiert zu sein, um Probleme von Kindern erkennen und einordnen zu können sowie um auf Basis weiterer Analysen des mathematischen Denkens der Kinder (vgl. Abschnitt 10) fachdidaktisch fundierte Förderangebote konzipieren und durchführen zu können (vgl. die Kapitel ab B).

Differenziertere Merkmalsbeschreibungen

Gaidoschik (2019) beschreibt sehr differenziert, ausführlich und auf die einzelnen Jahrgangsstufen der Grundschule bezogen, welche Indizien auf eine Rechenschwäche hinweisen können. Kapitel B bietet den Rahmen, um sich ausführlich damit zu befassen.

Für eine Lehrkraft schaffen solche Beschreibungen Orientierung, worauf man bei der Analyse der Denkwege von Kindern achten kann, um Rechenschwäche möglichst frühzeitig zu erkennen. Gleichzeitig geben derartige Merkmalsbeschreibungen konkrete Anhaltspunkte für Fördermaßnahmen zur Überwindung von Rechenschwäche bzw. – im Idealfall – für eine frühzeitige Förderung von Kindern, um Rechenschwäche erst gar nicht entstehen zu lassen (vgl. die Kapitel ab B).

Für Schüler der ersten Jahrgangsstufe stellt Gaidoschik (2019, S. 23-41, vgl. Kapitel B) folgende typische Erscheinungsformen von Rechenschwäche ausführlich dar:

- basale Teilleistungsstörungen (z. B. räumliche Wahrnehmung)
- Schwierigkeiten im Klassifizieren
- Unklarheit über die Begriffe „gleich viel“, „mehr“ und „weniger“
- fehlende Eins-zu-eins-Zuordnung, Zählfehler
- einseitiges ordinales Zahlenverständnis: Zahlen als „Rangplätze“ gedacht
- Zählen statt Rechnen
- unzureichendes Operationsverständnis
- Schwierigkeiten mit zweistelligen Zahlen

Entsprechende differenzierte Merkmalsbeschreibungen werden von Gaidoschik (2019, S. 41-64, vgl. Kapitel B) auch für die anderen Jahrgangsstufen mit sehr konkretem Bezug zum jeweiligen Unterrichtsstoff im Fach Mathematik angegeben. Dabei betont aber auch er, dass solche Merkmalskataloge lediglich idealisierte Beschreibungen typischer Probleme rechenschwacher Kinder darstellen. Im Einzelfall ist immer eine sensible, fachdidaktisch fundierte Analyse der Denkwege der Kinder erforderlich.

Rechenschwäche kann sich in einer Vielfalt an Erscheinungsformen zeigen. Diagnosebemühungen sollten entsprechend breit konzipiert sein.

7 Wie viele Schüler haben Rechenschwäche?

Die Frage nach der Anzahl der Schüler mit Rechenschwäche ist für die Bildungspolitik und die Bildungsverwaltung von wesentlicher Bedeutung, um entsprechende (Personal-)Ressourcen zur Förderung der Schüler einplanen zu können.

Man muss sich dabei allerdings bewusst sein, dass eine Grenzziehung, wer als rechenschwach und wer als „normal“ gilt, zu einem gewissen Grad auch immer willkürlich ist. Dies hat mehrere Gründe:

- Rechenfähigkeit ist ein komplexes Konstrukt. Für die vielfältigen Anforderungen beim Rechnen sind vielfältige kognitive Prozesse erforderlich. Man kann die Rechenfähigkeit eines Menschen nicht einfach „messerscharf“ auf einer eindimensionalen Skala messen wie etwa die Körpergröße oder das Gewicht. Jedes Diagnoseverfahren bietet jeweils nur eine Perspektive auf die Rechenfähigkeiten eines Menschen. Dies betrifft insbesondere die verschiedenen, verfügbaren Rechentests (vgl. Abschnitt 9). Damit steckt bereits in der Konzeption jedes Diagnoseverfahrens und in seiner Anwendung eine gewisse Willkür, auch wenn man sich dabei auf Theorien und normative Setzungen stützt.
- Des Weiteren besteht eine gewisse Willkür darin, wie die Ergebnisse von Diagnoseverfahren interpretiert werden. Dies betrifft insbesondere die Entscheidung, wann ein Ergebnis als „normal“ und wann es als „nicht normal“ angesehen wird. Bei der Grenze zwischen „normal“ und „rechenschwach“ kann man sich natürlich auf Konventionen einigen, allerdings sind solche Konventionen letztlich willkürliche Grenzziehungen. (Dies ist analog zu Fragen wie: Wie viel Prozent der Bevölkerung sind hochbegabt, wie viel Prozent sind zu dick, wie viel Prozent sind zu groß?) Dennoch sind solche Grenzziehungen natürlich wichtig und praxisrelevant, weil dadurch etwa Fördermaßnahmen begründet werden können.

Aufgrund dieser Freiheiten in der Grenzziehung schwanken in der einschlägigen Fachliteratur die Angaben zum Anteil rechenschwacher Schüler in der Grundschule im Bereich von 2 % bis 20 % (vgl. z. B. Spiegel, Selter 2003, S. 87).

Dabei ist zu beachten, dass es inhaltlich bei Rechenschwäche um arithmetische Fähigkeiten der Grundschulmathematik geht. Bei passgenauer Förderung lässt sich die Rechenschwäche im Lauf der Grundschulzeit und ggf. in der Sekundarstufe in der Vielzahl der Fälle beheben bzw. deutlich reduzieren.

Im Folgenden wird die Begriffsbildung in Abschnitt 4 zugrunde gelegt. Es geht also um Schüler, die einen substanziellen Mangel an tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Operationen mit natürlichen Zahlen aufweisen. Sie haben derart schwerwiegende Schwierigkeiten beim Rechnenlernen, dass diese durch undifferenziertes Weiterlernen im regulären Unterricht nicht ausgeglichen werden können. Diese Kinder brauchen differenzierte Förderung im Unterricht und über den regulären Unterricht hinaus.

Für diese Zielgruppe lässt sich als Fazit der entsprechenden Angaben in der Fachliteratur als Faustregel feststellen:

Von Rechenschwäche betroffen sind etwa 5 % der Grundschüler. Dies entspricht also im Schnitt etwa einem Kind pro Klasse.

Bei gut 400.000 Grundschulern in Bayern sind dies in absoluten Zahlen also gut 20.000 Grundschüler in Bayern.

Auch wenn es bereits viele Ansätze und Maßnahmen gibt, Schüler der Grundschule und der Sekundarstufe bei der Überwindung von Rechenschwäche wirksam zu helfen, steht dies doch nicht flächendeckend allen rechenschwachen Schülern in Bayern zur Verfügung. Insofern ist derzeit nicht davon auszugehen, dass der Anteil rechenschwacher Schüler in der Sekundarstufe viel geringer ist.

8 Warum sind Diskrepanzdefinitionen bzgl. IQ für schulische Ziele ungeeignet?

Es gibt Ansätze zur Definition und Attestierung von Rechenschwäche, die auf einer Diskrepanz zwischen Messwerten für Rechenfähigkeiten und Messwerten für Intelligenz basieren.

In den 1990er Jahren hat die WHO folgende Definition von Rechenstörungen veröffentlicht:

„Rechenstörung: Diese Störung besteht in einer umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten, wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnung benötigt werden.“ (DIMDI 1994, S. 374)

Mit Bezug auf diese WHO-Definition lässt sich ein sehr simples Diagnoseverfahren für Rechenschwäche durchführen:

Kinder nehmen an einem Intelligenztest und an einem Rechentest teil. In jedem Test wird ein Messwert ermittelt. Wenn der Messwert des Rechentests deutlich schlechter als der Messwert des Intelligenztests ist (z. B. 1,5 Standardabweichungen), dann wird das Attest „Rechenschwäche“ erteilt.

Dieses Verfahren ist formal, mechanistisch und relativ einfach durchzuführen. Es wird aber seit Ende der 1990er Jahre von Seiten der Mathematikdidaktik einhellig abgelehnt, da es pädagogisch und didaktisch unsinnig ist. Die Kritikpunkte z. B. von Gaidoschik (2019, S. 10 ff.), Gasteiger (2016, S. 1), Lorenz (2003, S. 14 ff.), Moser-Opitz (2013, S. 16 ff.) und Schipper (2005, S. 18 f.) sind:

- Wenn ein Schüler den Rechentest *und* den IQ-Test schlecht bearbeitet, wird der geforderte Unterschied zwischen beiden Tests nicht erreicht. Das Label „Rechenschwäche“ wird also nicht vergeben, obwohl die Rechenfähigkeiten gering sind. Wenn dies Auswirkungen auf die mathematische Förderung der Schüler hat, ist dies ungerecht. Alle Schüler mit schwerwiegenden Problemen beim Rechnenlernen sollten spezifisch gefördert werden, nicht nur solche mit hoher Testintelligenz.
- Die Definition ist theoretisch problematisch, denn Intelligenz ist ein vielschichtiges Konstrukt, das auch mathematische Fähigkeiten als Bestandteil hat. Je nach Wahl des Intelligenztests fällt die Korrelation zwischen beiden Tests unterschiedlich aus. Damit hängt die Frage, ob jemand Rechenschwäche attestiert bekommt, von der durchaus willkürlichen Auswahl des IQ-Tests und des Rechentests ab.
- Schüler mit schwerwiegenden Problemen beim Rechnenlernen gelangen bei mangelnder Förderung leicht in einen Teufelskreis, der Misserfolg in vielfältigen Bereichen zur Folge hat: Die Minderleistungen im Rechnen führen trotz intensiven Übens zu Misserfolg in der Schule, zu Schulunlust und damit auch zu Misserfolg in anderen Fächern und beim allgemeinen Lernfortschritt. Dadurch schneiden die Schüler auch dann in Intelligenztests schlecht ab, wenn es um allgemeine Fähigkeiten geht und etwa mathematische Fähigkeiten ausgeklammert werden. Dann besteht aber nicht die geforderte Diskrepanz zwischen den Ergebnissen des Rechentests und des IQ-Tests. Nach der WHO-Definition kann also eine Rechenschwäche paradoxerweise nicht attestiert werden.
- IQ-Tests und schematisierte Rechentests bestehen in der Regel aus Aufgaben mit jeweils einer einzigen Lösung, die zu bestimmen ist (vgl. Abschnitt 9). Bei der Auswertung wird schematisch gezählt, wie viele Ergebnisse richtig sind. Die Anzahl der richtigen Ergebnisse wird in den Testwert umgerechnet. Es wird mit den Tests in der Regel nicht erfasst, *wie* die Schüler zu den Endergebnissen der Aufgaben gelangen. Es interessiert nicht, wie das Kind denkt,

sondern nur, ob die Ergebnisse richtig sind. So ist es beispielsweise möglich, dass sich ein Schüler eine fehlerhafte Rechenstrategie angeeignet hat und er diese konsequent und systematisch bei allen Aufgaben anwendet. Dennoch sind alle Endergebnisse falsch. Der Rechentest fällt also sehr schlecht aus. Die Ursache, d. h. die fehlerhafte Rechenstrategie, wird dabei nicht analysiert.

- Die WHO-Definition suggeriert, Rechenschwäche sei – ähnlich wie Intelligenz – eine zeitlich relativ stabile Personeneigenschaft. Dies ist aber falsch. Bei vielen Kindern kann Rechenschwäche durch einen zielgerichteten Aufbau von tragfähigen Grundvorstellungen zu Zahlen und zu Operationen mit Zahlen behoben werden.

Ein Beispiel aus der Praxis: Ein Schüler hatte von einem Klinikum Dyskalkulie attestiert bekommen. Das Kind besuchte daraufhin ein Jahr lang die staatliche „Beratungs- und Förderstelle für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Lernen von Mathematik“ in Augsburg. Danach waren die notwendigen Grundvorstellungen zu Zahlen und zu Operationen mit Zahlen aufgebaut und damit die Rechenschwäche überwunden.

- Die WHO-Definition suggeriert, Schwierigkeiten bei Rechenschwäche würden in der Schule zurückgehen, wenn sich die Schüler mit „höherer Mathematik“ wie Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnung beschäftigen. Dies ist aus Sicht der Mathematik und der Mathematikdidaktik falsch. Das Rechnen mit Brüchen und negativen Zahlen, das Rechnen mit Variablen und Termen, Berechnungen in der Trigonometrie und der Geometrie und das Rechnen mit Funktionen (z. B. Ableiten, Integrieren) bauen ganz zentral auf dem Rechnen mit natürlichen Zahlen auf. Es ist ein Irrglaube anzunehmen, Schüler mit erheblichen Schwierigkeiten beim Rechnen mit natürlichen Zahlen hätten nicht erhebliche (Folge-)Schwierigkeiten in der höheren Mathematik. Dazu nur einige, wenige Beispiele (vgl. auch Abschnitt 5):

- *Brüche*: Wenn ein Schüler verstehen soll, was $\frac{3}{8}$ bedeutet, braucht er die Anzahlvorstellung zu natürlichen Zahlen (vgl. Abschnitt 1). (Wenn etwa 3 von 8 Schülern Mädchen sind, dann geht es hierbei um Anzahlen und nicht um Rangplätze – wie der Dritte oder der Achte).

Die Grundrechenarten für Brüche werden in Jahrgangsstufe 6 auf die Grundrechenarten für natürliche Zahlen aus der Grundschule zurückgeführt. Um zu verstehen, was $\frac{3}{8} + \frac{4}{8} = 3 \text{ Achtel} + 4 \text{ Achtel}$ ist, sollte man natürlich vorher verstanden haben, was $3 + 4$ ist.

- *Negative Zahlen*: Um zu verstehen, was $(-3) + (-4)$ ist, braucht man Verständnis für $3 + 4$.
- *Terme*: Um zu verstehen, was $3x + 4x$ ist, muss man verstanden haben, was $3 + 4$ ist.
- *Funktionen*: Zum Differenzieren und Integrieren von Funktionen wie etwa $f(x) = 7x^8$ benötigt man Vorstellungen zum Rechnen mit natürlichen Zahlen.

Definitionen für Rechenschwäche, mit denen nur dann Rechenschwäche attestiert wird, wenn der IQ wesentlich höher als die Rechenleistung ist, sind in Bezug auf schulische Bildungs- und Erziehungsziele unnützlich.

9 Warum sind schematisierte Rechentests wenig geeignet, um Rechenschwäche zu diagnostizieren?

Schematisierte Rechentests enthalten Folgen kurzer Aufgaben, die jeweils spezifische arithmetische Fähigkeiten erfordern (z. B. Addieren, Subtrahieren, Größenvergleich, Erfassung von Anzahlen, Sachaufgaben). Solche Rechentests zur Feststellung von Rechenschwäche werden von Verlagen verkauft. Die Art der Aufgaben unterscheidet sich nicht von üblichen Aufgaben aus Schulbüchern und Übungsmaterialien für die Grundschule. Die Auswertung dieser Tests erfolgt schematisch. Schüler füllen die Tests auf Papier aus oder bearbeiten sie an einem Computer. Es wird bei den Aufgaben lediglich das Endergebnis auf richtig oder falsch überprüft. Aus der Anzahl der richtigen bzw. falschen Endergebnisse wird eine Aussage über die Rechenfähigkeiten getroffen. Bei einer Durchführung am Computer kann dies automatisiert erfolgen.

Solche Rechentests sind von den Erstellern in der Regel bereits auf eine große Stichprobe (mehrere hundert oder über tausend Personen) angewendet worden. Dadurch können individuelle Testergebnisse eines Schülers mit den Daten dieser Stichprobe verglichen werden. In der Folge erhält man Angaben, wie ein getesteter Schüler bei der Ermittlung von Rechenergebnissen im Vergleich zur Gesamtpopulation der Gleichaltrigen steht.

Wie ein Schüler beim Rechnen denkt, welche Grundvorstellungen er zu Zahlen und zu Rechenoperationen hat, welche Strategien er beim Rechnen (im Kopf) nutzt, all dies wird in derartig schematisierten Rechentests nicht erfasst. Deshalb haben solche Rechentests nur eine sehr beschränkte Aussagekraft in Bezug auf die Diagnose von Rechenschwäche. Man stellt zwar fest, dass ein Schüler etwa überdurchschnittlich viele fehlerhafte Rechenergebnisse produziert und ggf. auch, bei welchen Aufgabentypen dies besonders der Fall ist, man bekommt aber keine Hinweise darauf, warum dies so ist. Eine Diagnose hat aber nur dann einen wirklichen Wert, wenn sie als Grundlage für zielgerichtete, inhaltliche Fördermaßnahmen dienen kann. Um einem Schüler zu helfen, ist es deshalb gerade wichtig, zu ergründen und zu analysieren, welche (Fehl-)Vorstellungen und welche (fehlerhaften) Strategien er beim Rechnen verwendet. Kurz: Es ist eine mathematikdidaktische Analyse der Denkwege des Kindes erforderlich (vgl. Abschnitt 10).

Eine Abgrenzung: Neben schematisierten Rechentests gibt es auch Tests, die etwa als förderdiagnostische Tests oder als lösungsprozessanalytische Tests bezeichnet werden. Hier führt der Testleiter etwa ein strukturiertes Gespräch mit dem Kind durch, stellt dabei mathematische Aufgaben, beobachtet die Bearbeitungsprozesse unter fachdidaktischen Gesichtspunkten und notiert seine Beobachtungen. Mit derartigen Tests wird versucht, die Denkwege von Kindern differenziert zu ergründen, um darauf aufbauend eine inhaltlich passgenaue Förderung anschließen zu können. Ein Beispiel hierfür ist der Jenaer Rechentest (JRT). Er wird jeweils für die Jahrgangsstufen 1 bis 4 angeboten und ist verfügbar unter:

<https://www.ztr-rechenschwaech.de/jenaer-rechentest/>

Verschaffen Sie sich einen Überblick über den Jenaer Rechentest – insbesondere für die Jahrgangsstufe 4.

Schematisierte Rechentests enthalten kurze arithmetische Aufgaben verschiedener Typen. Registriert wird der Anteil richtiger Endergebnisse. Das individuelle Testresultat kann zur Gesamtpopulation Gleichaltriger in Bezug gesetzt werden. Die Rechenwege werden in der Regel nicht erfasst.

Damit geben derartige Rechentests keinen Aufschluss darüber, welche (Fehl-)Vorstellungen und welche (fehlerhaften) Strategien ein Schüler beim Rechnen nutzt. Solche Informationen sind jedoch für eine langfristig wirkungsvolle, auf die Entwicklung tragfähiger Grundvorstellungen abzielende Förderung essentiell.

10 Wie lässt sich Rechenschwäche durch „Denkanalyse“ förderorientiert diagnostizieren?

Mathematisches Denken ist aufgrund der inhaltlichen Komplexität der Mathematik ein vielschichtiger Prozess. Schüler mit Rechenschwäche haben wenig tragfähige Vorstellungen zu natürlichen Zahlen und zu Operationen mit natürlichen Zahlen. Sie haben sich ggf. falsche, nicht zielführende Strategien zum Rechnen zurechtgelegt (vgl. Abschnitt 1).

Ziel einer Diagnose sollte sein, die Vorstellungen und Denkweisen der Schüler zu ergründen. Nur dies kann dann Grundlage für eine passgenaue Förderung der Schüler sein. Es genügt also nicht, nur in einem Rechentest die Anzahl falscher Endergebnisse zu zählen. Vielmehr kommt es darauf an, Einblicke zu gewinnen, *wie* die Kinder denken.

Zielführend ist etwa, die Kinder beim Rechnen zu beobachten und sie zu „lautem Denken“ anzuregen, d. h. sie sollen ihre Gedanken beim Rechnen sprachlich ausdrücken. Dies kann durch Impulse angestoßen werden wie etwa:

- „Erkläre, wie Du rechnest!“
- „Wie hast Du das gerechnet?“
- „Könntest Du das auch noch anders rechnen?“
- „Woher weißt Du das?“

Beispiel

The image shows a box containing handwritten arithmetic problems. On the left side, there are three addition problems: $86 - 38 = 52$, $34 + 48 = 72$, and $52 - 16 = 44$. On the right side, there are three subtraction problems: $53 - 37 = 24$, $63 - 35 = 32$, and $72 - 46 = 38$. The student has used a strategy of separating tens and ones to solve these problems.

Ein Schüler verfolgt systematisch die Strategie, Zehner- und Einerstellen getrennt zu verrechnen und bei Subtraktionen das Kleinere vom Größeren abzuziehen (aus Schipper 2005, S. 10).

In den nachfolgenden Kapiteln werden sehr differenzierte und umfassende Konzepte zur Diagnostik im Sinne fachdidaktischen Erkundens und Analysierens des mathematischen Denkens von Schülern vorgestellt – teils mit Kopiervorlagen für Diagnoseaufgaben und zugehörigen Hinweisen für die Auswertung.

Kapitel B: Gaidoschik stellt für jede der vier Jahrgangsstufen der Grundschule ausführlich dar, welche typischen Schwierigkeiten und fehlerhaften Denkweisen beim Umgang mit Zahlen in der jeweiligen Jahrgangsstufe bestehen und wie diese beobachtet werden können.

Kapitel C: Kaufmann und Wessolowski bieten jeweils für den Zahlenraum bis 20 und den Zahlenraum bis 100 eine Sammlung von Aufgaben für diagnostische Gespräche mit zugehörigen Beobachtungs- und Auswertungshinweisen an.

Kapitel D: Die von Schipper herausgegebene Handreichung für Lehrkräfte enthält Testaufgaben für unterrichtsbegleitende prozessorientierte Diagnostik sowie Empfehlungen zur Auswertung von Testergebnissen und zur Ableitung von Fördermaßnahmen.

Kapitel E: Die Handreichung von Schulz bietet einen differenzierten Diagnosebogen mit Aufgabenstellungen für Schüler und ausführlichen Auswertungshinweisen für Lehrkräfte. Es wird dargestellt, wie aus den Beobachtungen und Resultaten konkrete Fördermaßnahmen abgeleitet werden können.

Kapitel F: Die Diagnosematerialien aus „Mathe sicher können: Natürliche Zahlen“ beziehen sich auf den Zahlenraum bis 1.000.000 und sind damit insbesondere für Schüler der Sekundarstufe geeignet. Angeboten werden Kopiervorlagen mit Aufgaben für Schüler zur „Standortbestimmung“ sowie Hinweise für Lehrkräfte zur Durchführung und Auswertung der Standortbestimmungen.

Kapitel G: In der Handreichung des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus werden zu zentralen Inhaltsaspekten der Arithmetik jeweils kurze Aufgaben vorgeschlagen, die sich etwa für diagnostische Gespräche eignen. Dazu wird jeweils erläutert, worauf eine Lehrkraft bei der Beobachtung eines Schülers achten kann, wenn dieser die Aufgaben bearbeitet.

Grundidee all dieser Materialien ist es, mit Bezug zur Mathematik inhaltlich zu analysieren, wie die Kinder beim Rechnen denken („Denkanalyse“). Auf diese Weise können Fehlvorstellungen und fehlerhafte Rechenstrategien aufgedeckt werden. Ein standardisierter Rechentest schafft dies nicht. Er kann zwar aufzeigen, bei welchen Aufgabentypen falsche Ergebnisse entstehen, aber nicht warum.

Für fundierte Diagnostik braucht man also Personen, die sehr genau wissen, worauf es bei der Entwicklung von tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Operationen mit natürlichen Zahlen ankommt. Die Fachleute für solche inhaltlichen Analysen von mathematischen Denkprozessen der Kinder sind Personen, die eine Ausbildung in Mathematikdidaktik im Bereich der Arithmetik besitzen, also insbesondere entsprechende Lehrkräfte.

Rechenschwäche lässt sich durch inhaltliche Analyse der mathematischen Denkprozesse von Kindern und Jugendlichen beim Rechnen mit natürlichen Zahlen feststellen und individuell genauer abgrenzen. Dies ist Voraussetzung und Grundlage für eine passgenaue Förderung, die auf die Entwicklung tragfähiger Vorstellungen zu natürlichen Zahlen und zugehörigen Rechenoperationen abzielt.

11 Welche Ursachen gibt es für Rechenschwäche?

Es gibt nicht die eine, klar abgrenzbare Ursache von Rechenschwäche. Nach Gaidoschik (2019, S. 14 ff.), Lorenz (2003 b, S. 106 ff.) und Schipper (2005, S. 24 ff.) lassen sich Risikofaktoren in Ursachenfeldern identifizieren. Sie begünstigen die Entstehung von Rechenschwäche – insbesondere, wenn mehrere Risikofaktoren zusammentreffen. Allerdings führt nicht jeder Risikofaktor zwangsläufig zu einer Rechenschwäche im Sinne eines kausalen Zusammenhangs. Diese Risikofaktoren werden in der Fachliteratur in den Kapiteln B, C und D ausführlich dargestellt, so dass im Folgenden nur ein verkürzter Überblick gegeben wird.

Ursachenbereich „Kind“

- *Individueller Entwicklungsverlauf:* Es ist ganz normal, dass sich Kinder unterschiedlich entwickeln. (So sind wir Menschen gemacht.) In der Grundschulzeit können zwischen Kindern gleichen Alters Entwicklungsunterschiede bestehen, die durchaus bis zu fünf Jahren einer „Durchschnittsentwicklung“ entsprechen. Dies trifft in der Schule auf Regelungen zu fachlichem Lernen z. B. in Lehrplänen und Schulbüchern. Es ist dabei durchaus normal, dass ein Kind in der ersten Jahrgangsstufe in seiner kognitiven Entwicklung noch nicht so weit ist, um tragfähige Grundvorstellungen zu Zahlen und Operationen mit Zahlen gemäß Lehrplan aufzubauen. Auf solche Entwicklungsunterschiede muss das Schulsystem flexibel reagieren.
- *Fehlerhafte Vorstellungen und Rechenstrategien:* Wenn Kinder – z. B. aufgrund ihres aktuellen Entwicklungsstandes – die Lernangebote in der Schule zum Rechnen noch nicht adäquat nutzen können, legen sie sich selbst eigene Vorstellungen und Strategien zum Rechnen zu recht, die ggf. nicht zielführend und nicht erweiterbar sind. Die Diagnostik und Förderung muss dann bei diesen individuellen Vorstellungen und Strategien ansetzen, sie aufdecken und sie zu tragfähigen Vorstellungen und Rechenstrategien weiterentwickeln.
- *Psychische Faktoren:* Das Selbstbild eines Kindes, sein Selbstbewusstsein, Emotionen und Motivationen haben einen maßgeblichen Einfluss auf das Lernen und werden umgekehrt auch durch Erfahrungen beim Lernen beeinflusst. Bei ungünstigen Voraussetzungen des Kindes kann ein sich verstärkender „Teufelskreis Rechenschwäche“ entstehen (vgl. Abschnitt 13): Minderleistungen im Fach Mathematik wird mit verstärktem Üben begegnet. Wenn pures Üben aber nur fehlerhafte Zahlenvorstellungen und Rechenstrategien verfestigt, ohne dass an tragfähigen Vorstellungen und Strategien gearbeitet wird, dann werden die Misserfolge nur noch größer. Je nach psychischer Verfassung des Kindes können Selbstzweifel, negative Emotionen, Schulunlust und ein negatives Selbstbild des Kindes die Folge sein. Dies wiederum wirkt auf die Rechenschwäche verstärkend und kann zu Abneigung, Angst, Denkblockaden oder Aggression gegenüber allem, was mit Zahlen zu tun hat, führen. Ohne eine Förderung des Schülers, die den Gesamtkomplex der Rechenschwäche mit seinem Ursachegeflecht im Blick hat, wird die Rechenschwäche nicht verschwinden.
- *Basale Teilleistungsstörungen:* Das Lernen von Mathematik baut darauf auf, dass Kinder mathemathikhaltige Situationen wahrnehmen und kognitiv verarbeiten. Hierbei sind insbesondere das Sehen, das Hören, das Fühlen und die Verknüpfung verschiedener Sinneseindrücke nötig. Im kognitiven Bereich sind etwa räumliche Orientierung, die Unterscheidung von Richtungen und die Unterscheidung von Vorder- und Hintergrund nötig. Störungen in diesen Bereichen können natürlich das Lernen – insbesondere auch des Rechnens – behindern. Allerdings bestehen hier keine einfachen, kausalen Wenn-Dann-Beziehungen. Rechnen in seiner Gesamtkomplexität ist mehr als die Summe „basaler Teilleistungen“. Schwächen in einem Bereich können durch Stärken in anderen Bereichen ausgeglichen werden. Dennoch bedürfen Schüler mit Defiziten bzw. Entwicklungsverzögerungen in diesen Bereichen besonderer Förderung (z. B. auch durch Ergotherapie oder Psychomotorik).

Ursachenbereich „Schule“

Auch das Schulsystem und der Mathematikunterricht können für die Entstehung von Rechenschwäche (mit-)verantwortlich sein. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn im Unterricht

- nicht ausreichend auf die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Kinder durch differenzierende Lernangebote eingegangen wird,
- nicht genügend Gewicht auf die Entwicklung tragfähiger Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Operationen mit natürlichen Zahlen gelegt wird – insbesondere mit dem Ziel der Ablösung vom zählenden Rechnen (vgl. Abschnitt 2),
- Rechenstrategien nicht eng mit zugehörigen Grundvorstellungen – insbesondere auf Basis der Anzahlvorstellung zu natürlichen Zahlen – verbunden werden (vgl. Abschnitt 1),
- keine ausreichende Förderung grundlegender Fähigkeiten zur Entwicklung von Zahlenverständnis erfolgt (z. B. Mengenerfassung, Links-/Rechts-Unterscheidung, vgl. Abschnitt 6),
- Bezüge zwischen Anschauungsmitteln für das Rechnen und abstrakten Darstellungen nicht intensiv genug hergestellt werden (Modalitätstransfer, vgl. Abschnitt 6),
- Denk- und Rechenprozesse von Schülern nicht differenziert erfasst werden (vgl. Abschnitt 10),
- Kinder mit Rechenproblemen nicht verständnisorientiert gefördert werden (vgl. nachfolgende Kapitel ab B).

Rechenschwäche kann also auch durch schlechten Mathematikunterricht hervorgerufen werden. Auf Basis langjähriger Arbeit mit rechenschwachen Kindern kommt Gaidoschik (2016) zum Ergebnis: Es „drängt sich bei der Förderarbeit mit sogenannten ‚rechenschwachen‘ Kindern erschreckend oft der Eindruck auf, dass diese vieles einfach deshalb nicht können, weil sie dafür bislang *keine entsprechende Förderung* erhalten haben. Zumindes bei diesen Kindern ist ‚Rechenschwäche‘ nicht Ausdruck einer prinzipiellen Beeinträchtigung, sondern Ergebnis davon, dass wichtige Anregungen bislang unterblieben sind“ (S. 9).

Ursachenbereich „Familiäres Umfeld“

Die Eltern bzw. die Familie haben natürlich erheblichen Einfluss und damit auch Verantwortung für die Entwicklung von Kindern. Wenn Eltern beispielsweise die allgemeine kognitive Entwicklung von Kindern nicht adäquat unterstützen, entstehen dadurch selbstverständlich Hemmnisse für schulisches Lernen in allen Bereichen – insbesondere in den Bereichen der Sprache, des Sachwissens und der Mathematik. „So ist es für das Mathematiklernen z. B. von großer Bedeutung, dass die Kinder in der vorschulischen Zeit ausreichend Gelegenheit hatten, sich auf spielerische Weise arithmetische und räumliche Erfahrungen anzueignen.“ (Schipper 2005, S. 25)

Eltern können aber auch durch gutgemeinte Hilfen zu einer Verschärfung von Rechenschwäche beitragen. Dies ist etwa der Fall, wenn Eltern den Schülern „Rechentricks“ beibringen, die nur schematisch ausgeführt werden und nicht mit entsprechenden Vorstellungen verbunden werden (z. B. stellenweises Addieren und Subtrahieren, vgl. Beispiel in Abschnitt 10). Solche „Rechentricks“ stehen oft im Gegensatz zu den didaktischen Bemühungen der Grundschullehrkraft, Vorstellungen zu Zahlen und Operationen mit Zahlen aufzubauen und systematisch Verständnis für Strategien zu entwickeln. Die Schüler scheinen mit den „Rechentricks“ der Eltern vordergründig schneller zu Rechenergebnissen zu kommen. Allerdings führt dies zu vollständigem Scheitern, wenn die Schüler in Situationen kommen, in denen die „Rechentricks“ nicht mehr funktionieren. Dann steckt man durch das Lernen von „Rechentricks“ in einer Sackgasse, die ein gründliches „Umlernen“ erfordert, welches von rechenschwachen Schülern in der Regel nicht selbstständig geleistet werden kann.

Rechenschwäche kann durch vielfältige Risikofaktoren entstehen. Sie können in der Person des Kindes, im schulischen Unterricht oder in der Familie begründet sein. Nicht jeder Risikofaktor führt zwangsläufig zu einer Rechenschwäche. Das Wissen um Risikofaktoren kann helfen, Diagnosen und Fördermaßnahmen für rechenschwache Kinder passgenau zu gestalten.

12 Warum hilft nur Üben nicht?

Üben ist wichtig für das Lernen von Mathematik. Durch Üben wird inhaltliches Wissen gefestigt (z. B. Zahlerlegungen, Einmaleins), durch Üben werden aber auch Rechenstrategien verankert und Rechenverfahren automatisiert.

Von daher wäre es naheliegend, Schüler mit Rechenschwäche verstärkt zum Üben anzuhalten (auch im Rahmen von Nachhilfe), in der Hoffnung, dass dadurch der „Knoten“ irgendwann platzt.

Solch eine Sichtweise greift jedoch zu kurz und kann dem Kind sogar mehr schaden als nützen.

Entscheidend ist, was das Kind beim Üben denkt. Gemäß der Begriffsbildung in Abschnitt 4 verfügen Kinder mit Rechenschwäche über keine tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Operationen mit natürlichen Zahlen. Dies führt zu substanziell fehlerhaften Denkweisen beim Umgang mit natürlichen Zahlen. Die Schüler sind in der Regel dem zählenden Rechnen verhaftet und nutzen dabei eher die Reihenfolgevorstellung natürlicher Zahlen als die Anzahlvorstellung.

Wenn das Kind einfach nur verstärkt üben soll, ohne dass zuvor oder gleichzeitig systematisch an tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen gearbeitet wird, dann wird das Kind allenfalls bestehende fehlerhafte Zahlenvorstellungen und wenig zielführende Rechenstrategien verfestigen oder es wird zunehmend Rechnungen verständnislos auswendig lernen.

Die Folgen sind offensichtlich: Das verstärkte Üben von Unverstandenen führt nicht wirklich weiter, die fehlerhaften Denkweisen bleiben erhalten, in ungewohnten Rechensituationen – z. B. in neuen Zahlenräumen bzw. in höheren Jahrgangsstufen – wird das Kind scheitern, weil transferfähiges Wissen fehlt.

Abgesehen von diesen mathematikbezogenen Problemen können sich sehr ernsthafte Folge- und Begleitprobleme ergeben. Die ständigen Misserfolge beim Rechnen – trotz großer eigener Anstrengung und vieler Bemühungen der Umwelt – können zu Selbstzweifeln des Kindes, einem negativen Selbstbild, genereller Lernunlust, Schulangst bis hin zu schweren psychischen Problemen führen. In Abschnitt 13 wird dieser „Teufelskreis Rechenschwäche“ weiter ausgeführt.

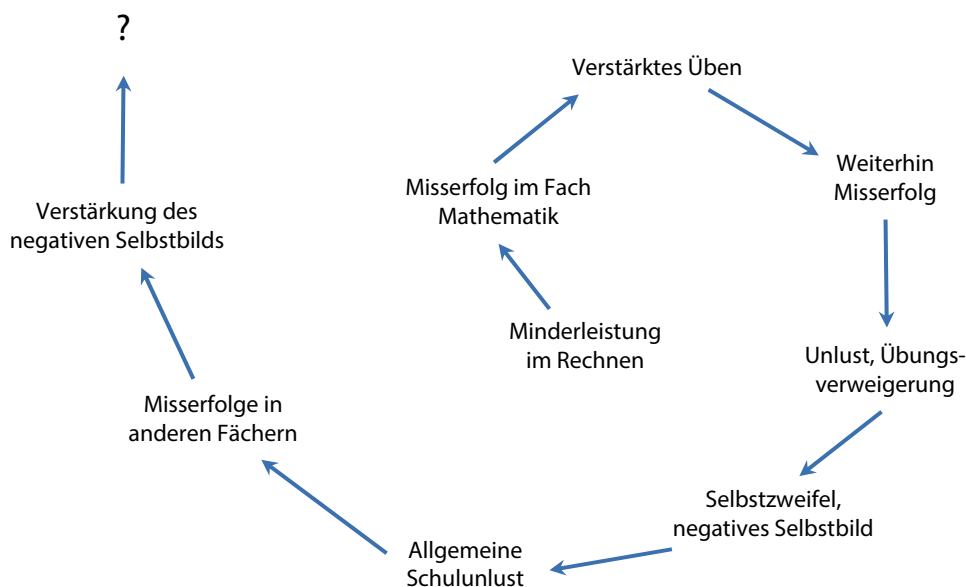
Üben hat für rechenschwache Kinder nur dann Sinn, wenn dies gleichzeitig und bewusst mit der Entwicklung von tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen sowie darauf aufbauenden Rechenstrategien verbunden ist (beispielsweise zur Überwindung von zählendem Rechnen).

Üben ohne eine solche Entwicklung von Verständnis festigt nur Fehlvorstellungen und fehlerhafte Denkweisen. Die Probleme rechenschwacher Kinder würden dann nur verschärft.

13 Wie kann Rechenschwäche zu einem Teufelskreis führen?

Gaidoschik (2019, S. 11) beschreibt, wie Schüler in einen „Teufelskreis Rechenschwäche“ geraten können:

- Ein Kind hat Minderleistungen im Rechnen aufgrund von Fehlvorstellungen zu natürlichen Zahlen und fehlerhaften Rechenstrategien.
- Das Kind soll verstärkt üben. Es wird dabei aber nicht systematisch an tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen gearbeitet. Durch pures Üben werden nur bestehende fehlerhafte Zahlenvorstellungen und Rechenstrategien verfestigt.
- Die Misserfolge beim Rechnen werden dadurch nur noch größer. Auch ein Mehr an Üben hilft nicht wirklich weiter.
- Das Kind erhält regelmäßig die Rückmeldung, dass es nicht rechnen kann.
- Dies führt zu Unlust und Übungsverweigerung zunächst im Fach Mathematik.
- Als Folge entstehen generelle Selbstzweifel, negative Emotionen, ein negatives Selbstbild des Kindes und mangelndes Selbstbewusstsein – weit über das Fach Mathematik hinaus.
- Dies führt zu allgemeiner Schulunlust, Frustration, Lernverweigerung und ggf. Verhaltensauffälligkeiten auch in anderen Fächern.
- In der Folge hat das Kind dauerhafte Misserfolge auch in Fächern, in denen zunächst gar keine Probleme bestanden.
- Dies verstärkt wiederum das negative Selbstbild des Kindes. Ernsthafte psychische Probleme können die Folge sein.



Ohne eine Förderung des Kindes, die das Kind in seiner Gesamtpersönlichkeit sieht, ist ein Ausweg aus einem derartigen Teufelskreis kaum möglich. Ein Förderstrang muss dabei den Gesamtkomplex der Rechenschwäche mit seinem Ursachengeflecht (vgl. Abschnitt 11) angreifen und auf die Entwicklung tragfähiger Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen sowie darauf basierender Rechenstrategien abzielen. Daneben ist bei psychischen Problemen des Kindes die Hilfe entsprechender Therapeuten aus dem medizinischen Bereich erforderlich.

Rechenschwäche kann zu einem Teufelskreis führen, der Misserfolge in vielen Fächern, generelle Schulunlust, ein negatives Selbstbild und psychische Probleme hervorrufen kann.

14 Literatur zur Kapitel A

- DIMDI – Deutsches Institut für medizinische Dokumentation und Information (1994, Hrsg.): ICD-10, Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme, Bd. I, Springer, Berlin, Heidelberg
- Gaidoschik, M. (2014): Einmaleins verstehen, vernetzen, merken, Strategien gegen Lernschwierigkeiten, Klett, Kallmeyer, Seelze
- Gaidoschik, M. (2016): Rechenschwäche vorbeugen, G&G Verlag, Wien
- Gaidoschik, M. (2019): Rechenschwäche – Dyskalkulie, Persen Verlag, Hamburg
- Gasteiger, H. (2016): Expertenbeitrag zur Handreichung „Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen“, <https://www.isb.bayern.de/schulartspezifisches/materialien/rechenschwierigkeiten/>
- Hasemann, K., Gasteiger, H. (2014): Anfangsunterricht Mathematik, Springer Spektrum, Heidelberg
- Hofe, R. vom (1995): Grundvorstellungen mathematischer Inhalte, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg
- Hofe, R. vom (1996): Über die Ursprünge des Grundvorstellungskonzepts in der deutschen Mathematikdidaktik, in: Journal für Mathematikdidaktik, 17, Nr. 3-4, S. 238-264
- Lorenz, J. H. (2003): Lernschwache Rechner fördern, Ursachen der Rechenschwäche – Frühhinweise auf Rechenschwäche – Diagnostisches Vorgehen, Cornelsen Scriptor, Berlin
- Lorenz, J. H. (2003 b): Rechenschwäche – ein Problem der Schul- und Unterrichtsentwicklung, in: Baum, M., Wielpütz, H. (Hrsg.): Mathematik in der Grundschule, Kallmeyer, Seelze, S. 103-119
- Lorenz, J. H., Radatz, H. (1993): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht, Schroedel, Hannover
- Moser Opitz, E. (2013): Rechenschwäche / Dyskalkulie, Haupt Verlag, Bern
- Padberg, F., Benz, Ch. (2011): Didaktik der Arithmetik für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung, Springer Spektrum, Heidelberg
- Schipper, W. (2005): Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern, Handreichung zu SINUS-Transfer Grundschule, Mathematik, Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften (IPN), Kiel
- Spiegel, H., Selzer, C. (2003): Kinder & Mathematik, Kallmeyer, Seelze

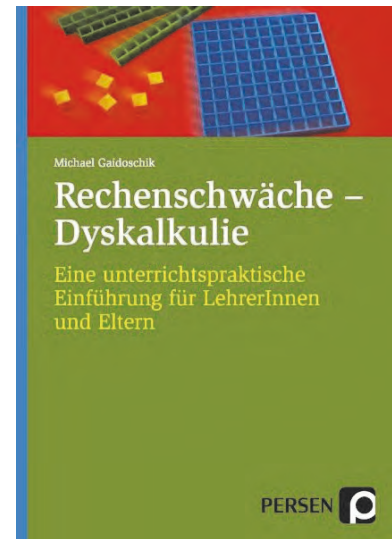
B Gaidoschik: Rechenschwäche – Dyskalkulie

Lesen Sie das Buch:

Gaidoschik, M. (2019): Rechenschwäche – Dyskalkulie, Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern, Persen, Hamburg (152 Seiten)
ISBN: 978-3-8344-3899-7

Inhalt

- Rechenschwäche – was ist das?
- Rechenstörungen frühzeitig erkennen
- Vermeidung von Rechenstörungen im Unterricht
- Rechenschwachen Kindern im Unterricht helfen
- Elternarbeit im Interesse rechenschwacher Kinder
- Dyskalkulie-Therapie



Beschreibung

Das Buch gibt eine sehr gründliche und umfassende Einführung in die Thematik. Es basiert auf langjähriger Forschung des Autors sowie seiner Diagnose- und Förderarbeit am „Recheninstitut zur Förderung mathematischen Denkens“ in Wien.

Kapitel 1 klärt den Begriff der Rechenschwäche und diskutiert Faktoren, die zu einer Entstehung von Rechenschwäche beitragen können.

Kapitel 2 widmet sich der Frage, wie man Rechenstörungen frühzeitig erkennen kann. Dazu wird – aufgegliedert nach den vier Jahrgangsstufen der Grundschule – jeweils ausführlich besprochen, welche typischen Schwierigkeiten und fehlerhaften Denkweisen beim Umgang mit Zahlen in der jeweiligen Jahrgangsstufe bestehen und wie sich dies bei Kindern äußert. Dadurch wird der mathematikdidaktische Blick auf Rechenschwäche facettenreich geschärft.

Auf dieser Basis zeigt Kapitel 3 wie Mathematikunterricht durch gezielten Aufbau von Grundvorstellungen zu Zahlen und Rechenoperationen sowie von Verständnis für Rechenstrategien die Entstehung von Rechenschwäche vermeiden kann. Die dargestellten Maßnahmen sind auch zentral, um Schülern bei der Überwindung von Rechenschwäche zu helfen.

Wie diese Hilfe im Alltag der Schulpraxis organisiert und realisiert werden kann, ist Gegenstand von Kapitel 4.

Schließlich richten die Kapitel 5 und 6 den Blick auf den Einbezug von Eltern und auf außerschulische Therapien.

C Kaufmann, Wessolowski: Rechenstörungen

Lesen Sie das Buch:

Kaufmann, S., Wessolowski, S. (2019): Rechenstörungen, Diagnose und Förderbausteine, Kallmeyer, Hannover (160 Seiten)
ISBN 978-3-7800-2077-2

Inhalt

- Ursachen für Rechenstörungen
- Hinweise auf Rechenstörungen
- Diagnostik mathematischer Leistungen
- Förderkonzept
- Arbeitsmittel
- Förderbausteine zu Zahlverständnis, Operationsverständnis, Rechnen und Rechenstrategien



Beschreibung

Die ersten vier Kapitel geben einen prägnanten Überblick über das Phänomen der Rechenschwäche bzw. der Rechenstörungen, über typische Ursachenfelder, Erscheinungsformen und Wege der Diagnostik. Bei letzterem stehen Verfahren und Mathematikaufgaben im Fokus, die von Lehrkräften für die Diagnostik ihrer Schüler genutzt werden können.

Darauf aufbauend wird in den Kapiteln 5 und 6 ein Konzept zur Förderung rechenschwacher Kinder skizziert. Hierbei wird insbesondere die Bedeutung von Arbeitsmitteln für Lernprozesse diskutiert.

Den Schwerpunkt des Buches bildet in Kapitel 7 auf 100 Seiten die Darstellung umfangreicher Fördermaterialien. Sie beziehen sich auf die Inhalte des Mathematikunterrichts der Jahrgangsstufen 1 und 2, d. h. auf den Zahlenraum bis 100. Gegliedert ist dies in die Bereiche:

- Zahlverständnis,
- Operationsverständnis,
- Rechenstrategien.

Alle im Buch besprochenen Materialien zur Diagnostik und Förderung von Schüler finden sich als PDF-Dokumente auf einer dem Buch beigelegten CD.

D Schipper: Rechenstörungen als schulische Herausforderung

Lesen Sie die folgende Handreichung für Lehrkräfte:

Klewitz, G., Köhnke, A., Schipper, W. (2008): Rechenstörungen als schulische Herausforderung, Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen, Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM), Ludwigsfelde (68 Seiten)
ISBN 978-3-940987-35-8

Ein Link zum kostenlosen Download findet sich etwa unter:
www.dmi.uni-bayreuth.de/de/projekte/rechenschwaeche/

Inhalt

- Begriffe, Symptome und Ursachen
- Kompetenzerwartungen und präventive sowie diagnostische Möglichkeiten in den beiden ersten Schuljahren
- Diagnostik und Förderung bei Verdacht auf Rechenstörungen

Beschreibung

Die Handreichung basiert auf langjährigen Erfahrungen von Wilhelm Schipper in der Beratungsstelle für Kinder mit Rechenschwierigkeiten der Universität Bielefeld.

In Kapitel 1 werden Symptome für Rechenschwäche und Risikofaktoren für die Entwicklung von Rechenstörungen diskutiert.

Kapitel 2 zeigt differenziert auf, welche Diversität bei Schulanfängern in Bezug auf arithmetische Kompetenzen bestehen. Daran anknüpfend wird facettenreich beschrieben, wie Lernprozesse zur Entwicklung von Zahl- und Operationsverständnis – vor allem in der ersten Jahrgangsstufe – gestaltet werden sollten.

Kapitel 3 gibt einen Überblick über Diagnoseverfahren und fokussiert dann auf unterrichtsbegleitende prozessorientierte Diagnostik. Dies wird weiter konkretisiert, indem Testaufgaben sowie Hinweise zur Auswertung von Testergebnissen und zur Ableitung von Fördermaßnahmen angeboten werden.



E Schulz: Erfolgreich rechnen lernen

Lesen Sie die folgende Handreichung für Lehrkräfte:

Schulz, A. (2020): Erfolgreich rechnen lernen, Prävention von Schwierigkeiten – Diagnose – Förderung, Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM), Ludwigsfelde (112 Seiten)
ISBN 978-3-944541-55-6

Ein Link zum kostenlosen Download findet sich etwa unter:
www.dmi.uni-bayreuth.de/de/projekte/rechenschwaecher/



Inhalt

- Was ist Rechnen – und was nicht?
- Guter Unterricht zum Rechnenlernen
- Diagnose im Mathematikunterricht
- Rechnen lernen konkret unterstützen – Diagnose und Förderung
- Rechenschwäche? – Begrifflichkeiten, Risikofaktoren, Symptome

Beschreibung

Die ersten drei Kapitel der Handreichung stellen grundlegende mathematikdidaktische Konzepte zum Rechnenlernen dar. Basis ist ein Modell für mentale Werkzeuge für das Rechnen:

- Zahl- und Operationsverständnis,
- Stellenwertverständnis,
- Zahlen- und Aufgabenblick,
- Kenntnis arithmetischer Zusammenhänge und Regeln,
- Automatisierte (Grund-)Aufgaben.

Auf dieser Basis wird dargestellt, wie der Aufbau von Grundvorstellungen gelingen kann, welche Anschauungsmaterialien hierbei genutzt werden können und wie eine Ablösung vom Material erfolgen sollte. Im Hinblick auf den Unterrichtsalltag werden Herausforderungen und Chancen des gemeinsamen Lernens und Unterrichtens in heterogenen Lerngruppen fokussiert – insbesondere im Bereich des Übens.

Kapitel 4 bietet einen Diagnosebogen mit Aufgabenstellungen für Schüler und ausführlichen Auswertungshinweisen für Lehrkräfte. Es wird differenziert dargestellt, wie daraus konkrete Fördermaßnahmen abgeleitet werden können.

Kapitel 5 gibt schließlich Empfehlung für die Elternarbeit zur Überwindung von Schwierigkeiten beim Rechnenlernen.

F Mathe sicher können: Natürliche Zahlen

Im Projekt „Mathe sicher können“ arbeiten das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) und die Deutsche Telekom Stiftung zusammen. Es kümmert sich um leistungsschwache Schüler im Fach Mathematik. Im Teilprojekt „Sicherung mathematischer Basiskompetenzen“ wurden an der Universität Dortmund Diagnose- und Fördermaterialien für rechenschwache Schüler und für ihre Lehrkräfte entwickelt und erprobt.

Weitere Informationen unter: <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de>

Die folgenden beiden Veröffentlichungen widmen sich dem Bereich „Natürliche Zahlen“. Machen Sie sich mit diesem Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen im Bereich der natürlichen Zahlen vertraut!

Arbeitsheft für Schüler

Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M., Hußmann, S. (2017, Hrsg.):
Mathe sicher können, Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen, Förderbausteine Natürliche Zahlen, Cornelsen Verlag, Berlin (96 Seiten)
ISBN 978-3-06-004897-7



Handreichung für Lehrkräfte

Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M., Hußmann, S. (2017, Hrsg.):
Mathe sicher können, Handreichung für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen, Natürliche Zahlen, Cornelsen Verlag, Berlin (184 Seiten)
ISBN 978-3-06-004901-1



Die Materialien sind auch kostenlos online erhältlich unter:
<https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/334>

(Neben den Materialien zum Bereich „Natürliche Zahlen“ gibt es entsprechende Materialien auch zu „Sachrechnen“ und „Brüche, Prozente, Dezimalzahlen“.)

Inhalt

Die Materialien für Schüler und die zugehörigen Erläuterungen für Lehrkräfte sind in acht Kapitel gegliedert:

Zahlverständnis	
1	Stellenwerte verstehen
2	Zahlen ordnen und vergleichen
Operationsverständnis	
3	Addition und Subtraktion verstehen
4	Multiplikation und Division verstehen
Zahlenrechnen	
5	Addieren und subtrahieren
6	Multiplizieren und dividieren
Ziffernrechnen	
7	Schriftlich addieren und subtrahieren
8	Schriftlich multiplizieren

Beschreibung

Das Arbeitsheft für Schüler enthält in jedem der acht Kapitel entsprechende Fördermaterialien.

Die Handreichung für Lehrkräfte bietet in jedem Kapitel

- Texte mit didaktischem Hintergrund,
- Diagnoseaufgaben für Schüler zur „Standortbestimmung“,
- Hinweise zur Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung,
- Hinweise zur Arbeit mit den Fördermaterialien für Schüler im Arbeitsheft.

Gearbeitet wird im Zahlenraum bis zu einer Million. Inhaltlich bezieht sich dies also auf den Lehrplan der Jahrgangsstufen 3 und 4.

Die Konzepte und Materialien sind sehr gut geeignet, um *Schüler der Sekundarstufe* in den Bereichen

- Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen,
- Grundvorstellungen zu Operationen mit natürlichen Zahlen,
- Strategien zum Rechnen mit natürlichen Zahlen

zu fördern und dadurch Rechenschwäche *in der Sekundarstufe* zu überwinden.

G StMUK: Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen

Lesen Sie die folgende Handreichung für Lehrkräfte:

Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2018, Hrsg.): Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen, So unterstützen Lehrkräfte in der Grundschule, München (74 Seiten)

Ein Link zum kostenlosen Download findet sich etwa unter:
www.dmi.uni-bayreuth.de/de/projekte/rechenschwaeche/



Inhalt

- Wie lernen Kinder Rechnen und wie definieren sich Schwierigkeiten im Lernprozess?
- Wer unterstützt Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen?
- Welche Vorgaben und Rechtsvorschriften sind zu beachten?
- Wie erheben Lehrkräfte den Lernstand und legen Schwerpunkte der pädagogischen Förderung fest?
- Wie erstellen Lehrkräfte passgenaue Lernangebote für den Mathematikunterricht?
- Praxisbeispiel: Einschulung und erste Schulwochen
- Wie unterstützen Schulpsychologen und Beratungslehrkräfte?

Beschreibung

Die Handreichung ist insbesondere für Lehrkräfte in Bayern von Bedeutung, da sie Spezifika des Bildungssystems des Freistaats Bayern im Hinblick auf Schüler mit Rechenschwäche darstellt.

Dies betrifft etwa den Bereich **schulischer Unterstützungsstrukturen**: So bieten neben den regulären Mathematiklehrkräften auch Beratungslehrkräfte, Schulpsychologen, Förderlehrkräfte und Mobile Sonderpädagogische Dienste (MSD) Unterstützung in Zusammenhang mit Rechenschwäche. Zudem gibt es in jedem Schulamtsbezirk mindestens eine „Förder- und Beratungsstelle für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten im Lernen von Mathematik“. Die Kontaktdaten sowie weitere Informationen des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus zu Rechenschwäche finden sich über: www.km.bayern.de/rechenschwierigkeiten

Des Weiteren sind **rechtliche Rahmenbedingungen** im Freistaat Bayern dargestellt – insbesondere im Hinblick auf Maßnahmen der individuellen Unterstützung im Unterricht, der Leistungserhebung und der Leistungsbewertung.

Einen Schwerpunkt der Handreichung bilden Vorschläge zur **Diagnostik und Förderung**.

- Es wird beschrieben, welche Beobachtungen im Unterricht Hinweise auf Rechenschwäche geben können.
- Zu zentralen Inhaltsaspekten der Arithmetik werden kurze Aufgaben vorgeschlagen, die sich etwa für diagnostische Gespräche eignen. Dazu wird jeweils erläutert, worauf eine Lehrkraft fokussieren kann, wenn sie einen Schüler bei der Bearbeitung der Aufgaben beobachtet.
- Darauf aufbauend wird ein breites Spektrum an Förderaktivitäten beschrieben, die insbesondere den Aufbau von tragfähigen Grundvorstellungen für natürliche Zahlen und zugehörige Rechenoperationen unterstützen sollen.

H Lernen zur Überwindung von Rechenschwäche in der Sekundarstufe organisieren

1 Wer ist für die Förderung von Schülern mit Rechenschwäche zuständig?

Bildungsauftrag von Schule

Grundlage des Freistaats Bayern ist die Bayerische Verfassung. Sie legt in Bezug auf Schule fest:

- „Jeder Bewohner Bayerns hat Anspruch darauf, eine seinen erkennbaren Fähigkeiten und seiner inneren Berufung entsprechende Ausbildung zu erhalten.“ (Art 128, Abs. 1)
- „Das gesamte Schul- und Bildungswesen steht unter der Aufsicht des Staates, er kann daran die Gemeinden beteiligen.“ (Art. 130, Abs. 1)

Schule ist damit für alle Kinder und Jugendlichen gleichermaßen da. Ureigenste Aufgabe von Schule ist es, Kinder und Jugendliche bei ihrer Entwicklung als Person bestmöglich zu unterstützen. Dies gilt für mathematisch besonders leistungsstarke Schüler ebenso wie für rechenschwache.

Fachlich konkretisiert sind die Bildungsziele der Schule in Bildungsstandards und Lehrplänen. Hier wird beschrieben, welche fachbezogenen Kompetenzen Schüler erreichen sollen. Aufgabe von Schule und damit des Fachunterrichts ist es, Schüler zur Entwicklung dieser Kompetenzen bestmöglich zu fördern. Die Entwicklung arithmetischer Fähigkeiten bei allen Schülern ist hier in ganz natürlicher Weise eingeschlossen. Sie gehört zu den grundlegenden Zielen des Mathematikunterrichts.

Fachbezogene Förderung

Wie in den vorhergehenden Kapiteln erläutert, sind der Aufbau von tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Operationen mit natürlichen Zahlen sowie die Entwicklung zielführender Rechenstrategien Schlüssel zur Überwindung von Rechenschwäche. In den Kapiteln B bis G wurde hierzu eine Vielfalt an didaktischen Konzepten und leicht zugänglichen Materialien vorgestellt. Allerdings genügen Konzepte und Materialien alleine noch nicht. Entscheidend ist, *dass* und *wie* Kinder und Jugendliche mit den Materialien denken. Hierzu bedürfen sie entsprechender Anleitung.

Für die zugehörige fachbezogene Diagnostik und Förderung sind *Lehrkräfte für Mathematik in der Schule* die Fachleute.

- Sie haben die fachliche und fachdidaktische Expertise, um mathematische Denkwege von Schülern fachbezogen und sensibel zu ergründen (im Sinne einer „Denkanalyse“ gemäß Kapitel A, Abschnitt 10) und damit Fehlvorstellungen und fehlerhafte Strategien aufzudecken.
- Sie sind Experten im Anstoßen und Begleiten mathematischer Denk- und Lernprozesse von Kindern und Jugendlichen.

Lehrkräfte verfügen über eine fachliche und fachdidaktische Ausbildung mit entsprechenden staatlichen Prüfungen und zugehörige berufliche Expertise für das Lehren und Lernen von Mathematik. Die Mathematiklehrkräfte an einer Schule haben die fundamentale Aufgabe, als professionelles Team alle Schüler an ihrer Schule in Bezug auf deren mathematische Entwicklung bestmöglich zu fördern. Gerade im Bereich der fachbezogenen Förderung erscheint es Kindern und Jugendlichen mit Rechenschwäche gegenüber unverantwortlich, wenn sie Heilpraktikern, Kinesiologen, sonstigen selbsternannten Experten und Nachhilfeeinrichtungen überlassen werden.

Wahrnehmungsprobleme oder motorische Probleme

Wie bereits in Kapitel A, Abschnitt 11 beschrieben, baut das Lernen von Mathematik darauf auf, dass Kinder und Jugendliche mathemathikhaltige Situationen wahrnehmen und kognitiv verarbeiten. Im Bereich der Wahrnehmung sind insbesondere das Sehen, das Hören, das Fühlen und die Verknüpfung verschiedener Sinneseindrücke nötig. Hierauf bauen Handlungen beispielsweise mit didaktischen Materialien auf, um mathematische Zusammenhänge im wörtlichen Sinne zu begreifen. Darüber hinaus sind im kognitiven Bereich etwa räumliche Orientierung, die Unterscheidung von Richtungen und die Unterscheidung von Vorder- und Hintergrund nötig. Störungen in diesen Bereichen können natürlich das Lernen – insbesondere auch des Rechnens – behindern.

Schüler mit Entwicklungsverzögerungen bzw. Defiziten in diesen Bereichen bedürfen besonderer Förderung. Hier können neben Förderangeboten von Seiten des Schulsystems (z. B. durch Förderlehrkräfte oder Sonderpädagogen) auch medizinisch-therapeutische Maßnahmen wie etwa Ergotherapie, Physiotherapie oder Psychomotorik hilfreich sein.

Psychische Probleme

In Kapitel A, Abschnitt 13 wurde der „Teufelskreis Rechenschwäche“ dargestellt. Wenn ein Schüler mit Rechenschwäche zusätzlich auch unter psychischen Problemen leidet (z. B. Schulangst, negatives Selbstkonzept, Depression, Aggression), so sollte neben schulpsychologischer Beratung auch außerschulische medizinische bzw. psychologische Hilfe in Anspruch genommen werden.

Einbezug der Erziehungsberechtigten

Die Familie eines Kindes bzw. Jugendlichen hat erheblichen Einfluss auf dessen Lernentwicklung. Sie kann lernunterstützend wirken (z. B. durch eine Wertschätzung schulischen Lernens, durch eine Stärkung der Persönlichkeit des Kindes bzw. Jugendlichen oder durch die Gestaltung eines lernförderlichen Umfelds). Die Familie kann schulische Anstrengungen aber auch hemmen oder konterkarieren (z. B. durch eine Geringschätzung schulischen Lernens, durch die Vermittlung eines negativen Selbstbildes an das Kind bzw. den Jugendlichen oder durch „Nachhilfe“ mit verständnislos anzuwendenden „Rechentricks“ von geringer Tragweite, vgl. Kapitel A, Abschnitt 11). Deshalb sollten Erziehungsberechtigte über schulische Maßnahmen und deren Hintergründe zur Überwindung von Rechenschwäche stets informiert werden bzw. hierbei sogar aktiv eingebunden werden.

Die Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Rechenschwäche ist Aufgabe des Staates. Der Schlüssel zur Überwindung von Rechenschwäche ist der Aufbau von mathematischem Verständnis, insbesondere von tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Operationen sowie Einsicht in Rechenstrategien.

Die Fachleute für das Lehren und Lernen von Mathematik sind Lehrkräfte für dieses Fach. Der Staat sollte die Verantwortung für die fachliche Förderung der Kinder und Jugendlichen nicht einem unkontrollierten, privatwirtschaftlichen Bereich von selbsternannten „Therapeuten“ (z. B. Heilpraktikern, Kinesiologen, Nachhilfelehrern) überlassen.

Wenn neben mathematikdidaktischer Förderung weitere psychologische oder medizinische Hilfe erforderlich ist, sollen alle beteiligten Einrichtungen und Personen eng zusammenarbeiten.

2 Organisation schulischer Diagnostik und Förderung in der Sekundarstufe

Wie lässt sich an einer Schule der Sekundarstufe die Diagnostik und Förderung von rechenschwachen Schülern als natürlicher Bestandteil des schulischen Lebens organisieren? Hier sind verschiedene Formen sinnvoll – insbesondere auch in Kombination.

Notwendigkeit von Differenzierung

Rechenschwäche ist gemäß der Begriffsbildung in Kapitel A, Abschnitt 4 durch einen Mangel an tragfähigen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Operationen mit natürlichen Zahlen charakterisiert. Dies bezieht sich damit auf Lehrplaninhalte der Grundschule. Schüler mit Rechenschwäche haben in ihrer Grundschulzeit entscheidende Lernprozesse nicht vollzogen. Sie haben dauerhafte und schwerwiegende Schwierigkeiten beim Rechnen, die durch undifferenziertes Weiterlernen im regulären Mathematikunterricht der Sekundarstufe nicht ausgeglichen werden können.

Schüler der Sekundarstufe mit Rechenschwäche befinden sich in der Regel in Schulklassen, in denen die meisten anderen Schüler keine Rechenschwäche haben. Diese anderen Schüler haben in ihrer Grundschulzeit Verständnis für natürliche Zahlen bis 1.000.000 und für zugehörige Rechenoperationen entwickelt sowie Strategien und Fähigkeiten zum Rechnen erarbeitet. Hierauf baut der Lehrplan für die Sekundarstufe mit vielfältigen weiteren Kompetenzziele auf.

Damit zeigt sich klar die Notwendigkeit der Differenzierung: Schüler mit Rechenschwäche brauchen spezielle mathematische Förderung, um das in der Grundschule nicht entwickelte Zahlen- und Operationsverständnis sowie Rechenstrategien für natürliche Zahlen aufzubauen. Schüler ohne Rechenschwäche brauchen diese Förderung nicht. Ihre mathematikbezogenen Lernziele ergeben sich vor allem aus dem Lehrplan der Sekundarstufe.

Notwendigkeit individueller Betreuung durch Lehrkräfte

Die Möglichkeiten der Differenzierung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe sind vielfältig. Allerdings erscheinen viele in der Unterrichtspraxis der Sekundarstufe gängige Methoden der Binnendifferenzierung für eine Förderung bei Rechenschwäche ungeeignet:

- Methoden, bei denen alle Schüler einer Klasse an einer offenen Aufgabenstellung auf verschiedenen Niveaus arbeiten (z. B. „natürliche Differenzierung“), sind hier unpassend, da die erforderlichen Lerninhalte für Schüler mit bzw. ohne Rechenschwäche sehr unterschiedlich sind. Bei den einen geht es um Arithmetik der Grundschule, bei den anderen um die Lehrplaninhalte der Sekundarstufe.
- Methoden, bei denen Schüler Arbeitsmaterialien erhalten und sie dann relativ selbstständig auf ihrem individuellen Niveau lernen – ggf. auch an verschiedenen Inhalten – (z. B. Lernzirkel), sind hier ebenfalls wenig geeignet. Schüler mit Rechenschwäche benötigen nicht einfach nur (Übungs-)Materialien (vgl. Kapitel A, Abschnitt 12), sie können Rechenschwäche in der Regel nicht im Selbststudium überwinden. Sie bedürfen einer Lehrkraft, die sensibel ihre Denkwege ergründet und auf dieser Basis gemeinsam mit den Schülern Mathematik betreibt, um etwa Zahl- und Operationsvorstellungen sowie Rechenstrategien zu entwickeln. Hierzu gehören vielfältige Formen des Kommunizierens – z. B. gemeinsam mit Material handeln, gegenseitiges Erklären ... (vgl. Fördermaßnahmen in den Kapiteln B bis G).

Hieraus folgt die etwas ernüchternde Erkenntnis: Eine wirksame Förderung von Schülern mit Rechenschwäche in der Sekundarstufe lässt sich nicht „nebenbei“ im Rahmen der regulären Tätigkei-

ten im Mathematikunterricht gemäß Lehrplan erledigen. Sie erfordert zum einen Lernkonzepte, Materialien und Aufgabenstellungen, die gezielt auf eine Überwindung der Defizite aus der Grundschulzeit hinwirken. Sie erfordert zum anderen auch die persönliche Kommunikation zwischen Lehrkräften und Schülern in Face-to-Face-Situationen.

Diagnostik und Förderung während der regulären Mathematikstunden

Wenn eine Lehrkraft einen rechenschwachen Schüler ihrer Klasse gezielt während der regulären Unterrichtszeit fördern möchte, so kann sich beispielsweise folgendes Konzept bewähren: Jede Woche werden ca. 30 min als individuelle Lernzeit fest eingeplant (z. B. Freitag von 10:00 bis 10:30 Uhr – je nach Stundenplan).

- In dieser Zeit können *besonders begabte und leistungsstarke Schüler* spezifisch gefördert werden, indem sie sich mathematischen Herausforderungen widmen, die über den Lehrplan hinausgehen (Enrichment im regulären Unterricht, vgl. Ulm, Zehnder 2020).
- Für die *Mehrheit der Schüler* in der Klasse kann diese Zeit eine Übungsphase darstellen, in der sie den aktuellen Stoff – z. B. anhand von Aufgaben aus dem Schulbuch – üben, anwenden und vertiefen.
- Die Lehrkraft hat dadurch einen zeitlichen Rahmen geschaffen, um sich gezielt *rechenschwachen Schülern* in ihrer Klasse zuzuwenden, deren Schwierigkeiten sensibel zu ergründen und ihnen bei der Überwindung dieser Schwierigkeiten zu helfen (vgl. Kapitel B bis G).

Wenn sich ein solches Konzept des differenzierten Lernens in einer Klasse etabliert hat und zur Routine geworden ist, kann es für *alle* Beteiligten ausgesprochen ertragreich und angenehm sein.

Ob eine Lehrkraft ein solches Förderkonzept in ihrer Klasse und ihrem Unterricht einführt und etabliert, hat sie weitestgehend selbst in der Hand. Sie ist dazu nicht von Entscheidungen anderer (z. B. Schulleitung, Kollegen, Lehrerkonferenz, ...) abhängig. Es gehört geradezu zu ihrer Freiheit und Verantwortung, die Unterrichtszeit mit ihrer Klasse möglichst bildungswirksam für ihre Schüler zu gestalten.

Allerdings gibt es natürlich auch Schwierigkeiten bzw. Herausforderungen bei der Umsetzung eines solchen Konzepts der Binnendifferenzierung:

- *Classroom Management*: Derart differenziertes Unterrichten stellt spezifische Anforderungen an die Klassenführung durch die Lehrkraft. Allerdings kann eine Lehrkraft gerade dadurch ihre professionellen Kompetenzen zur Binnendifferenzierung erweitern, indem sie ihren eigenen Unterricht entsprechend gestaltet, Erfahrungen sammelt und reflektiert sowie sich dabei ggf. mit Kollegen austauscht.
- *Selbstreguliertes Lernen*: Auch für Schüler könnten solche Phasen selbstregulierten Lernens im Mathematikunterricht zunächst ungewohnt sein. Allerdings kann gerade dann die Einführung eines solchen Konzepts dazu beitragen, dass die Schüler ihre Fähigkeiten zu selbstständigem, kooperativen Lernen (weiter-)entwickeln.
- *Zeit*: Im Mathematikunterricht ist Zeit ein wertvolles Gut. Dreißig Minuten individuelle Lernzeit als wöchentliches Ritual im Mathematikunterricht klingen zunächst einmal viel. Möglicherweise wird es Wochen im Schuljahr geben, in denen sich dies aus organisatorischen Gründen nicht umsetzen lässt. Aber umgekehrt betrachtet, muss man Schülern im Mathematikunterricht ja auch Zeit geben, um Neues zu verinnerlichen, zu üben und zu vernetzen. Insofern stellt das obige Konzept nur eine systematisierte und strukturierte Zusammenfassung von Übungszeit zu einem Format expliziten Übens dar.
- *Verpasste Übungen*: Wenn rechenschwache Schüler während des regulären Mathematikunterrichts in der beschriebenen Form an der Überwindung von Rechenschwäche arbeiten,

dann verpassen sie natürlich währenddessen die Übungsphasen der anderen Schüler der Klasse. Diese Übungen den rechenschwachen Schülern im Nachhinein einfach als Hausaufgaben zu geben, könnte zu einer Überforderung führen. Hier sind in der jeweiligen Einzelsituation unter pädagogischen Gesichtspunkten Kompromisse zu finden. Leitfragen könnten dabei etwa sein: Wie kann der Lernfortschritt der rechenschwachen Schüler individuell am besten gestaltet werden? Wie kann dazu die Zeit gemäß Stundenplan möglichst effektiv genutzt werden?

- *Expertise zu Rechenschwäche:* Das beschriebene Konzept setzt voraus, dass die jeweilige Mathematikkraft die Expertise hat, Schülern mit Rechenschwäche grundlegend zu helfen. Wie in allen vorhergehenden Kapiteln deutlich wurde, bezieht sich dies auf Fachdidaktik der Arithmetik in der Grundschule. Es ist ganz natürlich, dass nicht jede Mathematiklehrkraft in der Sekundarstufe die entsprechende Expertise hat. Beispielsweise könnte in einem Kollegium ein Mathematiklehrer Experte für Begabtenförderung und ein anderer Kollege Experte für Rechenschwäche sein bzw. werden. Eine solche „Arbeitsteilung“ kann im Team der Mathematiklehrkräfte einer Schule ausgesprochen sinnvoll sein. Um dabei jedem rechenschwachen Schüler entsprechende Förderung zukommen zu lassen, sind also weitere Konzepte erforderlich – wie etwa die nachfolgend beschriebenen.

Diagnostik und Förderung neben den regulären Mathematikstunden

Alle im letzten Abschnitt beschriebenen Schwierigkeiten lassen sich umgehen, wenn man die Diagnostik und Förderung rechenschwacher Schüler zeitlich vom regulären Mathematikunterricht entkoppelt. Die Diagnostik und Förderung kann so gestaltet werden, dass ein rechenschwacher Schüler neben dem Mathematikunterricht etwa eine Förderstunde pro Woche zur Überwindung der Rechenschwäche in der Schule hat. Hierzu zwei mögliche Organisationsformen:

- *Förderstunde neben der regulären Unterrichtszeit:* Aus Sicht des Schülers kann diese Förderstunde zusätzlich zum regulären Stundenplan hinzukommen – also vergleichbar mit Wahlunterricht und damit in der Regel am Nachmittag. Der Vorteil hierbei ist, dass kein regulärer Unterricht versäumt wird. Der Nachteil ist, dass dadurch der Gesamtstundenplan für den Schüler umfangreicher wird und dieser dadurch evtl. an Grenzen des zeitlich Machbaren kommt.
- *Förderstunde während der regulären Unterrichtszeit:* Die Schule kann die Förderung rechenschwacher Schüler auch als integralen Bestandteil ihres Bildungsauftrags sehen und damit für entsprechende Maßnahmen die Zeit nutzen, die die Schüler aufgrund ihrer Schulpflicht in der Schule sind. Dies bedeutet, dass ein Schüler während einer regulären Schulstunde des Stundenplans außerhalb seiner Klasse Förderung zur Überwindung von Rechenschwäche einzeln oder in einer Kleingruppe erhält. In Schulen der Sekundarstufe führt dies natürlich zur Frage, welchen Fachunterricht der Schüler hierbei nicht besucht. Man könnte argumentieren, dass die Förderung während Mathematikstunden stattfinden müsse, da sie ja das Fach Mathematik betrifft. Man könnte aber auch argumentieren, dass die Förderung nicht während Mathematikstunden erfolgt, da der Schüler hier ggf. eh die größten Probleme hat. Dann wäre zu überlegen, in welchen Unterrichtsstunden die Vorteile der Förderung zum Überwinden von Rechenschwäche größer sind als Nachteile aus dem Versäumen des Klassenunterrichts. Unabhängig davon bieten natürlich auch Vertretungsstunden in einer Klasse oder Stundenausfälle wertvolle Zeit, die gezielt für individuelle Förderung von rechenschwachen Schülern genutzt werden kann – sofern es sich organisatorisch einrichten lässt. In jedem Fall bedarf eine Förderung am Vormittag einer kollegialen Zusammenarbeit der Lehrkräfte an einer Schule – auch über Fächergrenzen hinweg. Pädagogische Leitfrage könnte hierbei sein: Was ist für die Entwicklung des Schülers als Person das Beste?

Beide hier skizzierten Organisationsformen zur Arbeit mit rechenschwachen Schülern werden etwa an Grundschulen in Bayern praktiziert: Zum einen finden in den staatlichen „Förder- und Beratungsstellen für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten im Lernen von Mathematik“ (siehe Abschnitt 5) nachmittags Förderstunden für Schüler statt. Zum anderen ist es an Grundschulen gängige Praxis, dass Schüler mit Rechenschwäche im Vormittagsunterricht ihre Klasse verlassen, um z. B. mit einer Förderlehrkraft zu arbeiten.

Natürlich stellt sich hierbei für die Schule und die Lehrkräfte auch die Frage nach zeitlichen Ressourcen. Ist eine Förderstunde für Schüler mit Rechenschwäche Teil der bezahlten, regulären Unterrichtszeit einer Lehrkraft? Dies ist letztlich auch eine Frage der Prioritätensetzung an einer Schule. Schulen der Sekundarstufe verfügen in der Regel über ein gewisses Stundenbudget, das sie nach eigenem Ermessen – auch profilbildend für die Schule – verwenden können. Hierdurch wird beispielsweise Wahlunterricht (Chor, Fotografie, Schulgarten, ...) finanziert. Bislang ist an Schulen der Sekundarstufe expliziter Förderunterricht für rechenschwache Schüler noch nicht etabliert. Aber dies kann durch entsprechende Priorisierungen und Entscheidungen einer Schule auch geändert werden.

Häusliche Arbeit

Schulisches Lernen kann – in jedem Fach – durch häusliches Arbeiten intensiviert, vertieft und vernetzt werden. Wenn rechenschwache Schüler in der Schule durch Lehrkräfte entsprechende Förderstunden erhalten, dann sollten sie die hierbei angestoßenen Lernprozesse natürlich im Zuge von Hausaufgaben weiterführen.

Dabei ist allerdings zu beachten, dass ein solches häusliches Üben wirklich die in der Schule entwickelten Gedanken zur Überwindung der Rechenschwäche fortführt (vgl. Kapitel A, Abschnitt 12). Es genügt nicht, *dass* der Schüler irgendetwas mit Zahlen übt. Entscheidend ist, *was* der Schüler beim Üben denkt.

Auf jeden Fall sollte vermieden werden, dass sich bestehende fehlerhafte Zahl- und Operationsvorstellungen verfestigen oder Rechnungen verständnislos auswendig gelernt werden. Vielmehr kommt es darauf an, dass der Schüler beim häuslichen Üben tragfähige Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen aufbaut sowie zielführende Rechenstrategien verständnisvoll entwickelt (vgl. Kapitel A bis G). Deshalb sind Hausaufgaben begleitend zur Förderung in der Schule von der jeweiligen Mathematiklehrkraft zu konzipieren.

Die Eltern des Schülers sollten über das Förderkonzept zumindest informiert werden, damit sie einerseits den Rahmen für das häusliche Lernen des Schülers schaffen und ihn dabei seelisch unterstützen, aber auch, damit sie andererseits nicht durch wohlgemeinte, aber letztlich kontraproduktive Ratschläge an das Kind die Bemühung der Schule konterkarieren (z. B. durch die Vermittlung von vermeintlich einfachen „Rechentricks“, vgl. Kapitel A, Abschnitt 11).

Im Idealfall können Eltern sogar in die mathematische Förderarbeit aktiv eingebunden werden und etwa anhand schulischer Fördermaterialien mit ihrem Kind im Sinne des schulischen Förderkonzepts arbeiten. Hierzu bedarf es allerdings eines entsprechenden Austausches zwischen der Lehrkraft und den Eltern – beispielsweise im Rahmen der regulären Sprechstunden.

Kurzfristige Entlastungen

Die Überwindung einer Rechenschwäche stellt für einen Schüler der Sekundarstufe eine gewaltige kognitive Herausforderung dar. Zum einen soll er an Problemen der Grundschulmathematik arbeiten, die thematisch mit dem aktuellen Schulstoff scheinbar gar nichts mehr zu tun haben und bei denen die Mitschüler die entsprechenden Lernprozesse bereits Jahre vorher vollzogen haben. Zum anderen kommt zudem im regulären Mathematikunterricht der Sekundarstufe ständig Neues auf den Schüler zu. Beim Lernen des Neuen ist er gegenüber Mitschülern wiederum im Nachteil, weil Verstehensgrundlagen aus Vorjahren fehlen. Dadurch entsteht leicht eine dauerhafte Überlastung des Kindes bzw. Jugendlichen, die eine Überwindung der Rechenschwäche sehr gefährden kann.

Im Einzelfall sollte deshalb von der jeweiligen Lehrkraft geprüft werden, wie dem Schüler zeitweise Entlastungen von anderen schulischen Anforderungen gewährt werden können. Dies kann beispielsweise sein:

- zeitweise auf Notengebung verzichten (vgl. aber Abschnitt 4),
- zeitweise den neuen Lernstoff im Fach Mathematik für den Schüler im Vergleich zu den Mitschülern reduzieren, bis Verstehensgrundlagen aufgearbeitet sind,
- zeitweise den Unterricht für den Schüler in anderen Fächern reduzieren, um damit während der regulären Schulzeit Freiräume für individuelle Fördermaßnahmen zur Überwindung der Rechenschwäche zu gewinnen (siehe in diesem Abschnitt oben),
- zeitweise zusätzliche Hilfsmittel im Klassenunterricht bereitstellen (z. B. Einmaleins-Tabelle, Taschenrechner), damit sich der Schüler mit diesen Hilfen leichter am regulären Mathematikunterricht der Sekundarstufe beteiligen kann – wobei es das mit dem Schüler zu vereinbarende Ziel ist, die vorübergehenden Hilfestellungen durch individuelle Fördermaßnahmen und ein Aufarbeiten der Rückstände überflüssig zu machen.

Verständnis für die psychische Notlage des Kindes

In Kapitel A, Abschnitt 13 wurde skizziert, welche ernsthafte Folgeprobleme – weit über das Fach Mathematik hinaus – eine Rechenschwäche hervorrufen kann (z. B. Selbstzweifel, negatives Selbstbild, Schulunlust, Lernverweigerung, Verhaltensauffälligkeiten, ...). Gaidoschick (2019, S. 120 f.) betont, dass Lehrkräfte hierauf mit emotionaler Wärme reagieren sollten, um dem Schüler bei der Überwindung seiner als persönlich erlebten Krise zu helfen. Negative Rückmeldungen sollten soweit möglich vermieden werden, um den „Teufelskreis Rechenschwäche“ nicht noch weiter zu verstärken. Stattdessen sollten individuelle Fortschritte des Kindes mit sachbezogenem Lob gewürdigt werden, um durch positive Rückmeldungen Mut und Kraft für weitere Lernanstrengungen zu geben.

Der primäre Ort zur Diagnostik und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Rechenschwäche ist die Schule. In der Sekundarstufe sind dazu spezifisch für rechenschwache Schüler einzu-richtende Maßnahmen erforderlich. Diese kann mit innerer Differenzierung in den Mathematikunterricht integriert werden sowie mit äußerer Differenzierung in Einzel- und Kleingruppenarbeit neben dem Mathematikunterricht erfolgen.

3 Ist die Wiederholung einer Jahrgangsstufe sinnvoll?

Die Frage nach dem Sinn des Wiederholens einer Jahrgangsstufe bei Rechenschwäche kann nicht einfach mit „ja“ oder „nein“ beantwortet werden. Hier ist natürlich die Gesamtsituation des Schülers – seine individuelle Entwicklung, seine psychische Lage, sein Stand in allen Fächern u. v. m. – differenziert zu berücksichtigen. Im Hinblick auf das Problem der Rechenschwäche ist gemäß Gaidoschik (2019, S. 128 f.) insbesondere Folgendes zu bedenken:

- Nur die bloße Wiederholung einer Jahrgangsstufe ist für sich genommen noch kein Beitrag zur Überwindung einer Rechenschwäche. Ein rechenschwacher Schüler in der Sekundarstufe wird verfestigte, falsche Denkweisen zu natürlichen Zahlen nicht einfach dadurch überwinden, dass Mathematikstoff der Sekundarstufe noch ein zweites Mal im Klassenverband behandelt wird. Bei der Überwindung von Rechenschwäche geht es um Lehrplaninhalte der Grundschule. Zu Beginn des wiederholten Schuljahres kann durchaus eine Verbesserung von Mathematiknoten eintreten – allein durch den Erfahrungsvorsprung gegenüber Mitschülern. Allerdings wird die Ursache der Rechenschwäche dadurch nicht behoben. Im Lauf des wiederholten Schuljahres treten die tiefliegenden Probleme der Rechenschwäche wieder zu Tage. Letztlich war dann die Wiederholung eine Verschwendung von Lebenszeit des Schülers.
- Damit die Wiederholung eines Schuljahres wirklich sinnvoll wird, muss die zusätzliche Lernzeit bewusst und gezielt zur Überwindung mathematischer Fehlvorstellungen und ggf. psychischer Blockaden bzw. – positiv formuliert – zum Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen, zur Entwicklung fundierter Rechenstrategien und ggf. zur Verbesserung des Selbstbildes und Selbstbewusstseins genutzt werden.
- Für eine solche fachdidaktisch-pädagogisch gestaltete Förderung schafft ein zusätzliches Schuljahr natürlich einen erheblichen zeitlichen Spielraum. Dieser sollte aber von Anfang an für auf das Kind individuell bezogene Maßnahmen genutzt werden. Insbesondere sind dabei differenzierende Lernangebote – im regulären Unterricht sowie im Rahmen von Einzel- und Kleingruppenförderung am Vormittag – erforderlich (vgl. Abschnitt 2). Die nötige Lernzeit kann dabei etwa dadurch geschaffen werden, dass der Schüler zeitweise an Unterricht in Fächern nicht teilnimmt, bei denen er das Klassenziel bereits im Vorjahr erreicht hat.
- Durch ein Wiederholen kann die im vorhergehenden Abschnitt beschriebene „Doppelbelastung“ (durch das Arbeiten am Mathematikstoff der Grundschule und der Sekundarstufe) für den Schüler reduziert werden. Bei einem Vorrücken in die nächste Jahrgangsstufe müsste er einerseits Probleme der Rechenschwäche aufarbeiten, die thematisch weit vor dem aktuellen Schulstoff liegen. Andererseits kommen zudem im regulären Unterricht ständig neue Anforderungen auf das Kind bzw. den Jugendlichen zu. Hierfür fehlen aber Verstehensgrundlagen aus vorigem Unterricht bzw. Vorjahren. Insgesamt entsteht dadurch leicht eine dauerhafte Notlage für den Schüler, die eine Überwindung der Rechenschwäche sehr gefährden kann.
- Wenn allerdings auf Basis einer differenzierten Analyse der Lernschwierigkeiten des Schülers und pädagogisch-didaktischer Überlegungen angenommen werden kann, dass der Schüler eine Rechenschwäche auch bei einem Vorrücken überwinden kann, dann sollte dieser Weg dem Kind bzw. Jugendlichen durchaus eröffnet werden. Hierbei ist eine gezielte, differenzierte Förderung – wie beschrieben – unerlässlich.

Die Wiederholung einer Jahrgangsstufe kann substantielle zeitliche Freiräume schaffen, um an Verstehensgrundlagen zur Überwindung einer Rechenschwäche zu arbeiten. Diese Zeit muss dann aber durch differenzierte Lernangebote gezielt zum Aufbau entsprechender Grundvorstellungen und zum Abbau fehlerhafter Denkweisen genutzt werden.

4 Die Rechtslage in Bezug auf Notengebung und Rechenschwäche

Es stellt sich die Frage, wie Rechenschwäche in Bezug auf die Leistungsbewertung von Schülerinnen und Schülern zu sehen ist. Wie ist hierzu die derzeitige Situation in Bayern?

Das Bayerische Gesetz über das Erziehungs- und Unterrichtswesen (BayEUG) definiert in Art. 52 Abs. 5 die Begriffe und Möglichkeiten des Nachteilsausgleiches und des Notenschutzes:

„Schülerinnen und Schüler mit einer lang andauernden erheblichen Beeinträchtigung der Fähigkeit, ihr vorhandenes Leistungsvermögen darzustellen, erhalten soweit erforderlich eine Anpassung der Prüfungsbedingungen, die das fachliche Anforderungsniveau der Leistungsanforderungen wahrt (Nachteilsausgleich). Von einer Bewertung in einzelnen Fächern oder von abgrenzbaren fachlichen Anforderungen in allen Prüfungen und Abschlussprüfungen kann abgesehen werden (Notenschutz),

1. wenn eine körperlich-motorische Beeinträchtigung, eine Beeinträchtigung beim Sprechen, eine Sinnesschädigung, Autismus oder eine Lese-Rechtschreib-Störung vorliegt,
2. auf Grund derer eine Leistung oder Teilleistung auch unter Gewährung von Nachteilsausgleich nicht erbracht und auch nicht durch eine andere vergleichbare Leistung ersetzt werden kann,
3. die einheitliche Anwendung eines allgemeinen, an objektiven Leistungsanforderungen ausgerichteten Bewertungsmaßstabs zum Nachweis des jeweiligen Bildungsstands nicht erforderlich ist und
4. die Erziehungsberechtigten dies beantragen.“

In der Bayerischen Schulordnung (BaySchO) werden Regelungen für Nachteilsausgleich und Notenschutz in den §§ 33 und 34 weiter konkretisiert.

Das Vorliegen von Rechenschwäche zählt nicht zu den Voraussetzungen für Nachteilsausgleich oder Notenschutz gemäß BayEUG und BaySchO.

Dies führt das Bayerische Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2018) in der in Kapitel G vorgestellten Handreichung weiter aus:

„Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen erhalten keinen Notenschutz. Für diese Kinder mit Rechenstörung sind auch keine Regelungen für einen Nachteilsausgleich vorgesehen. Alle Fragen des Nachteilsausgleichs oder Notenschutzes aus anderen Gründen, z. B. für hörgeschädigte, körperbehinderte und sehgeschädigte Schülerinnen und Schüler, bleiben davon unberührt.

Die Anerkennung einer Rechenstörung im Sinne der Gewährung eines Nachteilsausgleichs oder Notenschutzes – wie es beispielsweise bei der Lese-Rechtschreib-Störung vorgesehen ist – ist nicht möglich. Denn im Gegensatz zur Lese-Rechtschreib-Störung, die nur einen Teilbereich des Faches Deutsch und der Fremdsprachen betrifft, wirkt sich die Rechenstörung aufgrund der komplexen Erscheinungsformen und der im Einzelfall nach Art, Verlauf und Stärke sehr unterschiedlichen Ausprägung auf den wesentlichen Teil bzw. das Fundament des Faches Mathematik als Ganzes und auch auf andere Fächer aus: Die vier Grundrechenarten sind ebenso betroffen wie das sachstrukturelle Rechnen. Bei einer zur Lese-Rechtschreib-Störung analogen Berücksichtigung der Rechenstörung wäre die Notengebung im Fach Mathematik nicht mehr möglich. Damit würden die Grundsätze der gleichen Leistungsfeststellung und der gleichen Leistungsbewertung verletzt.“ (S. 14 f.)

Weitere Regelungen nur für die Grundschule

Für die *Grundschule* bietet die Grundschulordnung GrSO weitergehende Möglichkeiten. Das Bayerische Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2018) stellt diese in der in Kapitel G vorgestellten Handreichung folgendermaßen dar:

„Die GrSO legt fest aus: Bei Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf kann die Lehrerkonferenz mit Zustimmung der Erziehungsberechtigten entscheiden, dass Leistungsnachweise nicht durch Noten bewertet, sondern mit einer allgemeinen Bewertung versehen werden. Diese Bewertung geht insbesondere auf die individuellen Leistungen und die aktuelle Lernentwicklung der Schülerin oder des Schülers ein.

Ein *dauerhafter* Verzicht auf die Erteilung von Noten setzt zwingend die Feststellung eines sonderpädagogischen Förderbedarfs voraus. Darüber hinaus müssen die Erziehungsberechtigten dem Ersetzen von Noten durch eine allgemeine Bewertung zustimmen. Schwierigkeiten im Rechnenlernen alleine begründen einen sonderpädagogischen Förderbedarf nicht.

Bei einem Verzicht auf die Leistungsbewertung durch Noten im Fach Mathematik in Jahrgangsstufe 4 kann die Eignung für den Besuch einer Realschule oder eines Gymnasiums nicht festgestellt werden.“ (S. 15)

In diesem Zusammenhang ist auch abzugrenzen, wie die Möglichkeiten zum *zeitweisen* Verzicht auf Leistungsbewertungen nach der Grundschulordnung hier einzuordnen sind. Die GrSO legt in § 11 Abs. 2 fest:

„Die Lehrerkonferenz kann entscheiden, dass in begründeten Einzelfällen aus pädagogischen Gründen auf eine Bewertung der Leistungen durch Noten zeitweilig verzichtet wird; die Erziehungsberechtigten sind vorher anzuhören.“

Das Vorliegen von Rechenschwäche ist allein kein ausreichender Grund, um diese Regelung in § 11 Abs. 2 GrSO anzuwenden. Wenn allerdings Rechenschwäche eine Komponente eines umfassenderen Komplexes sehr ernsthafter und tiefgreifender Probleme des Kindes ist (der z. B. schwerwiegende Schulangst, Depressionen und ein negatives Selbstkonzept einschließt), dann *kann* in der Grundschule im begründeten Einzelfall auf Basis von § 11 Abs. 2 GrSO aus pädagogischen Gründen zeitweilig auf eine Leistungsbewertung durch Noten verzichtet werden. Der Begriff „zeitweilig“ ist dabei so zu verstehen, dass sich das Aussetzen der Leistungsbewertung auf eine vorübergehende Phase der intensiven Individualförderung des Schülers bezieht, aber nicht dauerhaft ist. „Zeitweilig“ bedeutet auch, dass es trotz dieses zeitweiligen Aussetzens der Leistungsbewertung möglich sein muss, im Jahreszeugnis eine Zeugnisnote zu erteilen. Das maßgebliche Gremium für eine Entscheidung über einen solchen zeitweisen Benotungsverzicht ist die Lehrerkonferenz der jeweiligen Grundschule. Dabei sollte die Lehrerkonferenz die Gesamtsituation des Schülers im Blick haben und sich von pädagogischen und didaktischen Überlegungen leiten lassen. Vorgelegte Atteste schulexterner Dienstleister haben hierbei keine zwingende Bedeutung.

Rechenschwäche stellt keine Voraussetzung für die Gewährung von Nachteilsausgleich oder Notenschutz nach Art. 52 Abs. 5 BayEUG und §§ 33 f. BaySchO dar.

5 Expertise im Team der Mathematiklehrkräfte einer Schule weiterentwickeln

Arbeitsteilung in einem professionellen Team

Die pädagogisch-didaktischen Anforderungen, vor denen Mathematiklehrkräfte im Schulalltag stehen, sind ausgesprochen vielfältig: Inklusion, Begabtenförderung, Überwindung von Rechenschwäche, Vermittlung digitaler Kompetenzen, sprachsensibler Fachunterricht, Bildung für nachhaltige Entwicklung und vieles mehr. Nicht jede Lehrkraft kann und muss für alle diese Anforderungen Experte sein.

Im Sinne kollegialer Zusammenarbeit in einem professionellen Team kann es durchaus sinnvoll und effektiv sein, dass die Mathematiklehrkräfte einer Schule hier eine gewisse Arbeitsteilung vereinbaren: Einige Kollegen kümmern sich schwerpunktmäßig und klassenübergreifend um Begabtenförderung, andere um Schüler mit Rechenschwäche. Letztere können dann an der Schule etwa federführend bei der Diagnostik von Rechenschwäche, der Konzeption von Förderangeboten, der Förderarbeit mit Schülern neben dem regulären Unterricht, der Beratung von Eltern sowie der Kooperation mit Schulpsychologen und außerschulischen Unterstützungssystemen sein.

Persönliche Fortbildung (im Team) organisieren

Wie kann man als Mathematiklehrkraft Expertise im Bereich der Diagnostik und Förderung bei Rechenschwäche entwickeln?

- Ein unmittelbarer Weg ist die Lektüre von Fachliteratur. Die vorliegende Handreichung gibt hierzu ausgewählte Impulse – insbesondere in den Kapiteln B bis G. Eine Fülle an weiterer einschlägiger Literatur ist in gedruckter oder elektronischer Form durch entsprechende Recherche zu finden.
- Sehr umfangreiche Expertise zur Thematik der Rechenschwäche besteht bei Grundschullehrkräften, Förderlehrkräften und Sonderpädagogen. Ihr „Kerngeschäft“ im Mathematikunterricht der Grundschule besteht darin, Schülern Zahl- und Operationsvorstellungen sowie Verständnis für Rechenstrategien im Bereich der natürlichen Zahlen zu vermitteln. Lehrkräften der Sekundarstufe kann nur geraten werden, zu Fragen der Rechenschwäche schulartverbindend den Austausch mit der Primarstufe zu suchen. Beispielsweise können Grundschullehrkräfte, Förderlehrkräfte oder Sonderpädagogen als Referenten zu schulinternen Lehrerfortbildungen eingeladen werden. Ebenso kann es für Lehrkräfte der Sekundarstufe ausgesprochen bereichernd sein, bei der Diagnose- und Förderarbeit in der Primarstufe zu hospitieren. Eine rechtliche Grundlage für solche schulartverbindenden Kooperationen bietet das Bayerische Gesetz über das Erziehungs- und Unterrichtswesen (BayEUG) in Art. 30 a Abs. 1 Satz 1: „Die Schulen aller Schularten haben zusammenzuarbeiten.“
- Organisatorische Rahmenstrukturen für solchen schulartverbindenden Austausch kann beispielsweise das Programm „SINUS an Grundschulen“ bieten. In diesem Rahmen beschäftigen sich Grundschulen in Bayern seit 2004 mit der Weiterentwicklung von Mathematikunterricht. Ein Arbeitsmodul trägt dabei den Titel „Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern“. Weitere Information finden sich auf den Seiten des ISB: www.isb.bayern.de/schulartuebergreifendes/faecherspezifische-themen/mint/sinus/
- Mathematiklehrkräfte mit Expertise im Bereich der Diagnostik und Förderung rechenschwacher Schüler finden sich auch an den staatlichen „Förder- und Beratungsstellen für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten im Lernen von Mathematik“. Diese sind jeweils an Grund-

schulen oder Schulämter angeschlossen; hier arbeiten Grundschullehrkräfte und Förderlehrkräfte vor- und/oder nachmittags mit Kindern mit Rechenschwäche. Auf Basis einer fachbezogenen Diagnose werden gezielt Grundvorstellungen zu Zahlen und zum Rechnen aufgebaut. Die Schüler gewinnen Selbstvertrauen und ein positives Selbstkonzept, wenn sie allmählich merken, dass auch sie in der Lage sind, tragfähige Vorstellungen zu natürlichen Zahlen zu entwickeln und damit zunehmend sicherer zu rechnen. Die Dauer der Förderung reicht von mehreren Monaten bis hin zu ein oder zwei Jahren. Des Weiteren finden an diesen Stellen Eltern und Lehrkräfte rechenschwacher Kinder Beratung und Hilfe zur Unterstützung der Kinder. Weitere Informationen unter:

www.km.bayern.de/rechenschwierigkeiten
www.km.bayern.de/foerderstellen_mathematik

- Die letzte Empfehlung ist simpel und wirkungsvoll zugleich: Einfach anfangen und es tun. Professionelle Kompetenz zum Diagnostizieren und Fördern rechenschwacher Schüler kann man als Lehrkraft in der beruflichen Praxis dadurch erwerben, dass man mit rechenschwachen Schülern entsprechend arbeitet. Die vorliegende Handreichung und die in den Kapiteln B bis G besprochene Literatur bieten hierzu vielfältige Grundlagen und Impulse. Letztlich ist jede Lehrkraft aber selbst gefordert, eine theoriebezogene Auseinandersetzung mit Rechenschwäche und persönliche Erfahrungen in der eigenen Schulpraxis zu vernetzen sowie durch die Reflexion dieser Erfahrungen berufliche Expertise auf diesem Gebiet zu entwickeln. Der Austausch mit Kollegen an der Schule kann dabei im Sinne gemeinsamen Lernens ausgesprochen befruchtend sein.

Rechenschwäche ist auch eine bedeutende Thematik für die berufsbegleitende Fortbildung und Expertiseentwicklung von Lehrkräften der Sekundarstufe. Wertvolle Komponenten können dabei die Auseinandersetzung mit fachdidaktischer Literatur, der schulartverbindende Austausch mit Kollegen aus Grundschulen sowie die Reflexion eigener Erfahrungen aus der Praxis an der eigenen Schule sein.

6 Literatur zu Kapitel H

Gaidoschik, M. (2019): Rechenschwäche – Dyskalkulie, Persen Verlag, Hamburg

Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2018, Hrsg.): Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen, So unterstützen Lehrkräfte in der Grundschule, München

Ulm, V., Zehnder, M. (2020): Mathematische Begabung in der Sekundarstufe, Modelle, Diagnostik, Förderung, Springer Spektrum, Heidelberg

I Bildungspolitische Aspekte

1 Rechenschwäche als Thema im Bayerischen Landtag

Die Frage, wie Schulen bzw. das Bildungssystem mit dem Phänomen der Rechenschwäche umgeht, ist auch eine bildungspolitische Frage. Entsprechend wird diese Thematik auch im Bayerischen Landtag bearbeitet.

Anträge aus dem Bayerischen Landtag sowie Anfragen von Landtagsabgeordneten an die Bayerische Staatsregierung sind in einem Dokument auf der Seite

www.dmi.uni-bayreuth.de/de/projekte/rechenschwaecher/

zusammengestellt.

Lesen Sie diese Unterlagen und verschaffen Sie sich dadurch einen Einblick in die Arbeit des Bayerischen Landtags zur Thematik der Rechenschwäche.

Weitere Dokumente sind auf den Seiten des Bayerischen Landtags unter www.bayern.landtag.de im Bereich „Dokumente → Drucksachen“ mit der Stichwortsuche nach „Dyskalkulie“ zu finden.

2 Ist es sinnvoll, bei Schülern mit Rechenschwäche bis einschließlich Abitur auf Noten bei Anforderungen mit Zahlen zu verzichten?

Mit einer Diagnostik von Rechenschwäche, die sich auf die Denkprozesse der Schüler gründet, und mit darauf aufbauender Förderung, die auf tragfähige Vorstellungen zu natürlichen Zahlen und Operationen mit diesen abzielt, kann Rechenschwäche bei der großen Mehrheit der Kinder und Jugendlichen überwunden werden.

Es bleibt die Frage, wie mit Kindern und Jugendlichen umgegangen werden sollte, die derart starke Beeinträchtigungen ihres kognitiven Apparats haben, dass selbst bei langanhaltender, systematischer Förderung die Rechenschwäche bestehen bleibt. Es liegt dann also eine – mehr oder weniger ausgeprägte – geistige Behinderung vor, die durch Förderung nicht ausgeglichen werden kann. Auch für diese Schüler bietet das vielfältig differenzierte bayerische Schulsystem je nach kognitiver Leistungsfähigkeit passende Schularten und Schulabschlüsse.

In diesem Zusammenhang wird von Lobbyverbänden die Forderung erhoben, bei Schülern mit Rechenschwäche müssten die Anforderungen des Gymnasiums geändert werden. Leistungen, in denen Verständnis für Zahlen und für den Umgang mit Zahlen erforderlich sind, dürften nicht in Bewertungen einfließen. Hierfür wird fälschlicherweise und anmaßend der Begriff „Notenschutz“ aus Art. 52 Abs. 5 BayEUG verwendet. Dies solle ggf. bis zum Abitur gehen, d. h. für ein Erreichen des Abiturs dürften Leistungen, in denen Zahlenverständnis nötig ist, nicht gefordert werden.

Solche Forderungen von Lobbyverbänden sind, wenn man die Folgen bedenkt, in vielfältiger Hinsicht unsinnig und verantwortungslos. Gründe hierfür sind:

- Das Abitur bescheinigt gewisse kognitive Fähigkeiten, bei denen Fähigkeiten zum Umgang mit Zahlen integraler Bestandteil sind. Das Abitur bescheinigt dadurch insbesondere die kognitiven Voraussetzungen, um ein akademisches Studium zu absolvieren. Würde man in einem „Dyskalkulie-Abitur“ Fähigkeiten zum Umgang mit Zahlen ausklammern, könnte man die allgemeine Hochschulreife nicht mehr bescheinigen, denn diese Fähigkeiten werden in einer Vielzahl von Studiengängen und Berufen benötigt (z. B. Wirtschaftswissenschaften, Ingenieurwissenschaften, Naturwissenschaften, Psychologie, Medizin, Pharmazie, Jura, ...).
- Wenn man dennoch mit einem „Dyskalkulie-Abitur“ die allgemeine Hochschulzugangsberechtigung vergeben würde, dann würde eine vorhandene Rechenschwäche vielfältige, ernsthafte Folgeprobleme für das Individuum, aber auch für die Gesellschaft als Ganzes verursachen. Nur als Beispiele:
 - Studierende in Studiengängen, die Zahlenverständnis erfordern, haben Misserfolge im Studium. Dies führt zur Frage, ob dann auch im Studium – wie in der Schule – auf Leistungserhebungen verzichtet werden muss, in denen Vorstellungen von Zahlen gefordert sind („Notenschutz“ im Studium).
 - In der Folge würden in Berufsfeldern, in denen auch ein verantwortungsvoller Umgang mit Zahlen erforderlich ist (z. B. Wirtschaftswissenschaften, Ingenieurwissenschaften, Naturwissenschaften, Psychologie, Medizin, Pharmazie, Jura, ...), auch Personen arbeiten, denen grundlegendes Verständnis für Zahlen fehlt. Daraus können ernsthafte Gefahren entstehen; das Schulsystem hätte in seiner Funktion zur Vergabe von Berechtigungen auf Basis von Fähigkeiten versagt.
- Es wäre also naheliegend, mit einem „Dyskalkulie-Abitur“ nicht die allgemeine Hochschulzugangsberechtigung zu vergeben. Dies führt zu sehr ernsthafte Folgefragen, welche Studiengänge und in der Folge welche Berufsfelder erlaubt und welche nicht erlaubt sind. So gibt es beispielsweise Studiengänge, für deren erfolgreiches Absolvieren man keine Rechenfähigkeiten braucht. Ein Beispiel ist das Studium des Lehramts an Grundschulen. In diesem Studiengang muss man in Bayern Mathematik als Didaktikfach studieren. Dabei geht es

um das Lehren und Lernen von Mathematik in der Grundschule im Rahmen von Lehrveranstaltungen zur Fachdidaktik. Man kann diesen pädagogisch-didaktischen Studiengang allerdings gut absolvieren, ohne selbst Rechenfähigkeiten zu besitzen. Rechenfähigkeiten werden im Studium für das Grundschullehramt nicht abgeprüft (denn die Studierenden besitzen ja das Abitur).

In der Folge könnte man mit „Dyskalkulie-Abitur“ ein gutes Erstes und Zweites Staatsexamen für das Lehramt an Grundschulen ablegen. Bei entsprechendem Notenschnitt könnte eine Einstellung in den Schuldienst wohl nicht verwehrt werden. Man hätte dann Grundschullehrkräfte mit Rechenschwäche, die selbst Aufgaben wie „ $83 - 27$ “ nicht sicher lösen können, aber Schülern entsprechendes Verständnis vermitteln sollen. Will der Staat und will die Gesellschaft eine solche Entwicklung?

Nun war dies nur ein Beispiel für einen Studiengang. Entsprechende Fragen müssten für eine Vielzahl an Studiengängen beantwortet werden. Muss ein Wirtschaftswissenschaftler, ein Ingenieur, ein Lebensmittelchemiker, ein Psychologe, ein Arzt, ein Apotheker, ein Richter, ... tragfähige Vorstellungen von Zahlen besitzen?

- Der Hinweis von Lobbyverbänden, es gebe bereits bei Legasthenie eine Nichtberücksichtigung der Rechtschreibung in Leistungserhebungen und dies müsse analog auf Zahlenverständnis übertragen werden, ist nicht stichhaltig. Die Bedeutung von Rechtschreibung und von Zahlenverständnis sind bei näherer Betrachtung grundverschieden. Mit einer Rechtschreibschwäche ist der Betroffene kaum daran gehindert, in Wissenschaftsbereiche erfolgreich einzudringen und entsprechende Berufe zu ergreifen. Pointiert formuliert: Man kann mit Legasthenie sogar Schriftsteller werden, man muss nur die Manuskripte von einem Lektor auf Rechtschreibfehler hin korrigieren lassen. Rechtschreibschwache Leistungen können also in nahezu allen Berufsfeldern ausgeglichen werden. Bei fehlendem Zahlenverständnis ist Entsprechendes – wie oben erläutert – nicht möglich. Zahlenverständnis ist viel enger mit den fachbezogenen Anforderungen des jeweiligen Studien- und Berufsfeldes verwoben, als dies bei der Rechtschreibung der Fall ist.
- Rechnen ist nur eine Facette mathematischen Denkens. Eine andere Facette ist etwa Raumvorstellung. Räumliches Vorstellungsvermögen bezeichnet „die Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und zu denken“ (Grüßing 2002, S. 37). Dies umfasst die Wahrnehmung räumlicher Situationen, die Entwicklung von Bildern in der Vorstellung sowie den gedanklichen Umgang mit Vorstellungsbildern inklusive ihrer Modifikation. In der Psychologie und der Mathematikdidaktik wurden in den vergangenen 80 Jahren vielfältige Theorien entwickelt, die das komplexe Konstrukt der Raumvorstellung strukturieren (vgl. z. B. Thurstone 1950, Linn, Petersen 1985, Maier 1999). Räumliches Vorstellungsvermögen entwickelt sich im Kindes- und Jugendalter. Es gibt Tests zur Erfassung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Insbesondere können Schwächen in der Fähigkeit zur Raumvorstellung gut mit Tests erfasst und diagnostiziert werden. Räumliches Vorstellungsvermögen wird in verschiedenen Fächern gefordert und gefördert, insbesondere in Mathematik, Physik, Chemie und Kunst. Räumliches Vorstellungsvermögen ist also eine kognitive Fähigkeit, die viele Parallelen zu Rechenfähigkeit besitzt. Wenn Schüler mit Rechenschwäche besondere Vorteile bei der Leistungsbewertung erhalten sollten, wäre es nicht zu rechtfertigen, Schülern mit Raumvorstellungsschwäche entsprechende Vorteile zu verwehren.

Wenn tragfähige Vorstellungen zu Zahlen aus den Anforderungen für das Abitur ausgeklammert werden, entsteht kein Abschluss, der allgemeine Hochschulreife bescheinigen und dadurch einen Zugang zur Vielfalt akademischer Berufsfelder eröffnen kann.

3 Wie ist der Markt privater Anbieter für Diagnostik und Förderung bei Rechenschwäche einzuschätzen?

In Kapitel H, Abschnitt 1 wurde betont, dass die Förderung rechenschwacher Kinder und Jugendlicher Aufgabe des Staates ist – und hier insbesondere des Schulbereichs. Der reguläre Unterricht und weitere Förderangebote des Schulsystems dienen dazu, jedem Schüler möglichst optimale Entwicklungs- und Bildungschancen zu geben. Dies gilt insbesondere für Schüler mit Rechenschwäche.

Dennoch gibt es eine bunte Vielfalt an kommerziellen Einrichtungen, die Diagnose und Förderung für Kinder und Jugendliche mit Rechenschwäche anbieten. Hier hat sich ein freier Markt entwickelt. Es stellt sich die Frage, wie dies einzuschätzen und zu bewerten ist.

Einerseits ist es natürlich positiv, wenn rechenschwache Schüler neben der Förderung in der Schule auch noch weitere wirkungsvolle Hilfen erhalten, um die Rechenschwäche zu überwinden. Die Betonung liegt dabei auf „wirkungsvoll“, denn andererseits können schlecht konzipierte Maßnahmen ernsthafte Gefahren bergen:

- Wenn sog. Förderangebote nicht auf die Entwicklung tragfähiger Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen abzielen, wird der entscheidende Schritt zur Überwindung der Probleme verfehlt.
- Ein reines Üben von Rechenaufgaben birgt die Gefahr, dass sich Fehlvorstellungen weiter verfestigen und Rechenaufgaben verständnislos auswendig gelernt werden. In Situationen, die nicht spezifisch geübt wurden, kann der Schüler dann nicht auf grundlegendes Verständnis zurückgreifen und scheitert erneut.
- Wenn didaktische Materialien und Erklärungen eingesetzt werden, die im regulären Unterricht nicht verwendet werden, befindet sich der Schüler im Zweifelsfall in einer Zwickmühle: Soll es bei einer Rechenaufgabe dem Weg aus der sog. „Therapieeinrichtung“ oder dem Weg aus der Schule folgen?
- Wenn die sog. Förderung nicht wirklich auf Ursachen der Rechenschwäche abzielt, wird der Schüler mittel- und langfristig keine Erfolge spüren können. Dies kann den „Teufelskreis Rechenschwäche“ (vgl. Kapitel A, Abschnitt 13) nur verschärfen, denn der Schüler stellt dann fest, dass er trotz des hohen Zeit- und Geldaufwands beim Rechnen nicht besser wird. Dies verschärft die Problematik negativer Emotionen, allgemeiner Lern- und Schulunlust sowie eines negativen Selbstbildes.
- Schließlich stellen wirkungslose sog. Fördermaßnahmen eine unverantwortliche Vergeudung der wertvollen Lebenszeit der Kinder und Jugendlichen dar. Sie könnten diese Zeit ansonsten anders nutzen (z. B. als Freizeit und für Hobbies).

Der aktuelle Markt kommerzieller Anbieter im Bereich Rechenschwäche ist sehr unterschiedlich. Einerseits gibt es Einrichtungen, die fachdidaktisch fundierte Diagnostik und Förderung anbieten und guten Gewissens empfohlen werden können. Andererseits gibt es aber auch Anbieter, bei denen zu befürchten ist, dass sie dem Kind bzw. Jugendlichen eher schaden als nützen.

Wie können gute und schlechte kommerzielle Angebote für rechenschwache Schüler erkannt und unterschieden werden?

- Ein Anbieter sollte dezidiert herausstellen, dass er bei der Diagnostik Denkprozesse des Kindes bzw. Jugendlichen unter mathematikdidaktischen Gesichtspunkten erfassen und analysieren will. Dazu sind Gespräche mit dem Schüler in Rechensituationen nötig („Denkanalyse“, vgl. Kapitel A, Abschnitt 10). Ein schematisch ausgewerteter Rechentest auf Papier oder am Computer (ohne Blick auf die Rechenwege) bringt hingegen wenig Information über die wirklichen Schwierigkeiten des Kindes (vgl. Kapitel A, Abschnitt 9).
- Auf Basis der Diagnoseergebnisse sollte ein individuelles, mathematikdidaktisch fundiertes Förderkonzept angeboten werden, das auf die Entwicklung tragfähiger Grundvorstellungen

zu natürlichen Zahlen und Rechenoperationen sowie von Verständnis für Rechenstrategien abzielt. Ein schematisiertes Förderkonzept, das für alle Teilnehmer gleich ist, kann der Komplexität des Phänomens der Rechenschwäche und den individuellen Schwierigkeiten eines Kindes bzw. Jugendlichen nicht gerecht werden.

- Positiv ist auch, wenn der Anbieter bereit und in der Lage ist, sich mit der Lehrkraft des Schülers fachbezogen abzustimmen.

Anbieter mit einem derart qualitativ hochwertigen Angebot gibt es in Deutschland am Markt.

Andererseits gibt es aber auch Anbieter, bei denen kaum zu erwarten ist, dass sie wirklich den Kern der Rechenschwäche beim Kind bzw. Jugendlichen treffen und substantiell zur Überwindung der Schwierigkeiten beitragen. Auf solche Anbieter weisen etwa folgende Indizien hin:

- In den Informationsmaterialien und Webseiten der Anbieter sind nur oberflächliche Floskeln und Selbstverständlichkeiten zusammengestellt (z. B., dass die sog. Therapie durch geschultes Personal erfolgt oder dass sich die sog. Therapie nach den Bedürfnissen des Kindes richtet).
- Es werden auf den Webseiten Versatzstücke zum Thema Rechenschwäche zusammengetragen (z. B. isoliert stehende Listen von Merkmalen für Rechenschwäche, die in keinen fachdidaktischen Kontext eingebettet sind). Konkrete Informationen, wie Schülern bei der Entwicklung von tragfähigen Vorstellungen zu Zahlen und Rechenoperationen geholfen wird, finden sich dagegen nicht.
- Manche Angebote versprechen zwar Hilfe bei Dyskalkulie, beschränken sich dabei aber auf die Behandlung von – durchaus ernstzunehmenden – Begleitproblemen (wie Schulstress, geringe Lernmotivation, mangelnde Konzentrationsfähigkeit, Aufmerksamkeitsstörungen, geringes Selbstbewusstsein). Dabei ignorieren sie vollständig den mathematisch-fachlichen Kern der Rechenschwäche. An Grundvorstellungen zu Zahlen und Rechenoperationen wird nicht gearbeitet.
- Es gibt Anbieter, die Legasthenie und Dyskalkulie stets in einem Atemzug nennen und undifferenziert suggerieren, ihr sog. Therapieverfahren helfe gegen Lese-Rechtschreibschwäche und Rechenschwäche – oder sogar jede Form der Lernstörung – gleichermaßen.
- Mancher Anbieter schlägt Methoden vor, die einen medizinischen Anschein haben, aber zur Entwicklung von tragfähigen Vorstellungen zu Zahlen und Rechenoperationen nicht – oder allenfalls nur sehr, sehr indirekt – beitragen. So werden etwa „kinesiologische Übungen und Balancen“ als Verfahren bei Dyskalkulie angepriesen, um die Kommunikation zwischen beiden Gehirnhälften zu verbessern. Auch Korrekturen an der Halswirbelsäule werden als fester Bestandteil einer Behandlung von Lernstörungen gesehen. Es gibt Heilpraktiker, bei denen homöopathische Mittel im Zentrum einer sog. Dyskalkulietherapie stehen.

Auf diesem Markt wird mit den Nöten der Kinder und Jugendlichen sowie den Sorgen der Eltern viel Geld verdient. Die Bewertung dieser Angebote sollte unter pädagogischen und mathematikdidaktischen Gesichtspunkten erfolgen. Wenn sich Eltern hierbei überfordert fühlen, sollte die jeweilige Schule des Kindes bzw. Jugendlichen den Eltern mit Rat zur Seite stehen.

Es gibt einen bunten Markt an kommerziellen Anbietern, die sog. Therapien bei Rechenschwäche offerieren. Darunter finden sich pädagogisch und mathematikdidaktisch fundiert arbeitende Einrichtungen. Ihre Förderung kann ergänzend zu den Maßnahmen in der Schule eine wertvolle Hilfe für rechenschwache Kinder und Jugendliche darstellen.

Es gibt aber auch Anbieter, bei denen kaum zu erwarten ist, dass sie zur Überwindung einer Rechenschwäche beitragen können, weil die sog. Therapie keinen inhaltlich-fachlichen Bezug zu Zahlen und Rechenoperationen besitzt. Solche sog. Therapien können die wirklichen Probleme der Kinder und Jugendlichen sogar noch verschärfen.

4 Literatur zu Kapitel I

- Grüßing, M. (2002): Wieviel Raumvorstellung braucht man für Raumvorstellungsaufgaben? Strategien von Grundschulkindern bei der Bewältigung räumlich-geometrischer Anforderungen, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 34 (2), S. 37-45
- Linn, M. C., Petersen, A. C. (1985): Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability, A Meta-Analysis, Child Development, 56 (6), 1479-1498
- Maier, P. (1999): Räumliches Vorstellungsvermögen, Auer Verlag, Donauwörth
- Thurstone, L. L. (1950): Some primary abilities in visual thinking, Psychometric Laboratory Research Report No. 62, University of Chicago Press, Chicago

Kontakte und weitergehende Informationen

Prof. Dr. Volker Ulm

Universität Bayreuth, Leiter des Lehrstuhls für Mathematik und ihre Didaktik
www.dmi.uni-bayreuth.de/de/team/ulm

Arbeitskreis des Zentrums für angewandte Lernforschung

Einrichtung für Öffentlichkeitsarbeit, Ausbildung und Qualitätsstandards für Lerntherapie
www.arbeitskreis-lernforschung.de

Therapieeinrichtungen für die Behandlung von Rechenschwäche

zusammengestellt vom Institut für Mathematisches Lernen
www.zahlbegriff.de/rechenschwaech.html

Institut für Mathematisches Lernen Braunschweig und Gifhorn

seit 2002 unter der Leitung von Dr. Inga Diop und Dr. Michael Wehrmann

www.iml-braunschweig.de info@iml-braunschweig.de 0531 - 12 16 77 50

www.iml-gifhorn.de info@iml-gifhorn.de 05371 - 9 45 95 98

Prof. Dr. Volker Ulm ist der Leiter des Lehrstuhls für Mathematik und ihre Didaktik an der Universität Bayreuth. Zudem ist er der Direktor des Zentrums für Lehrerbildung an der Universität Bayreuth und Dekan der Fakultät für Mathematik, Physik und Informatik. Eines seiner Forschungsthemen ist die Rechenschwäche und aus dieser Arbeit ist diese Handreichung für Lehrkräfte entstanden.

www.dmi.uni-bayreuth.de/de/team/ulm

Das **Institut für Mathematisches Lernen** ist eine Beratungs- und Forschungseinrichtung für Diagnostik, Therapie und Prävention der Rechenschwäche/Dyskalkulie in Braunschweig und Gifhorn unter der Leitung von Dr. Inga Diop und Dr. Michael Wehrmann. Dr. Wehrmann promovierte zum Thema „Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten“. Da dieser informative und praxisrelevante Text unter einer freien Lizenz zur Verfügung steht, entschlossen wir uns, ihn nachzudrucken.

www.zahlbegriff.de

Der **Arbeitskreis des Zentrums für angewandte Lernforschung** ist ein überregionaler Verbund unabhängiger Facheinrichtungen im Forschungsbereich der „Rechenschwierigkeiten“. Seine Aufgabengebiete sind Forschung, Beratung und Fortbildung. Aus dieser Arbeit wurden Qualitätskriterien für Ausbildung von Lerntherapeuten und die Dyskalkulietherapie entwickelt.

www.arbeitskreis-lernforschung.de

