

Der Zahlenstrahl

Eine taugliche Veranschaulichung, sofern man ihn richtig einsetzt.

Dr. Michael Wehrmann
Institut für Mathematisches Lernen Braunschweig

Am Zahlenstrahl scheiden sich die Geister: Neben Befürwortern begegne ich in meinen Fortbildungen auch immer wieder Lehrkräften, die den Zahlenstrahl rundheraus ablehnen, weil er angeblich nur zum Zählen verführe. Was ist da dran? Lassen Sie mich das im Folgenden etwas beleuchten.

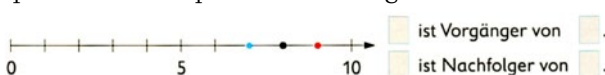
Man könnte sagen, am Zahlenstrahl komme man eh nicht vorbei, da er im Curriculum steht. Dies ist aber ein rein formales Argument – denn wenn er wirklich so schlecht wäre wie sein Ruf, sollte man sich wohl eher für die Änderung des Lehrplans einsetzen.

1. Der schlechte Ruf ...

... liegt darin begründet, dass der Zahlenstrahl gern als Zählhilfe eingesetzt wird. Und manche Schulbücher geben sich richtig Mühe damit, dass dies auch passiert. Das fängt damit an, dass die Zahlen von vorn herein lediglich als Positionen dargestellt sind:

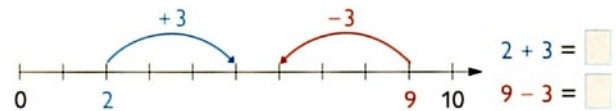


Man zählt die Striche ab, trägt die Zahl ein, fertig. Nachbarschaftsbeziehungen werden dann konsequent auch rein positional durchgeführt:



Die kardinale Bedeutung des Nachfolgers als Inkrement, also eins mehr, bleibt hier ganz außen vor. Eine positionale Bestimmung „kommt danach“ reicht den Autoren – immerhin legen sie Wert auf eine korrekte Interpunktion.

Und folgerichtig wird in diesem Schulbuch (alle drei Abbildungen sind aus „Rechenwege“, Verlag Volk und Wissen) konsequent zum zählenden Rechnen hingeführt:



In anderen Büchern wird sogar jeder Zählschritt mit einem einzelnen Bogen gekennzeichnet.

Manch wohlmeinender Pädagoge leitet seine Schüler zum Selberbasteln eines Zahlenstrahls an, an dem die Kinder ihre Ergebnisse auszählen können. Hier ein Beispiel eines solchen Exemplars, das durch das ständige Abgehen mit dem Stift schon merkliche Verschleißspuren aufweist:



(Quelle: Fortbildungsvideo vom Arbeitskreis des Zentrums für angewandte Lernforschung gGmbH Osnabrück)

Inhalt

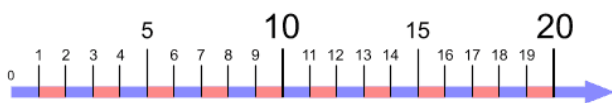
Der Zahlenstrahl	1
Von der Menge zum Operieren mit Zahlen im Zahlenraum bis 10	4
Impressum	7



„Die Null ist eins und sie ist aber Luft!“

Das Zitat stammt von einem Schüler, der sich rein zählend am Zahlenstrahl bewegt und mit einer Tücke konfrontiert ist, wenn man sich nur an den Markierungsstrichen entlang hangelt: Unter der „5“ steht der sechste Strich! Um mit diesem „Problem“ umzugehen, hat der pfiffige Zähler sich eine Regel eingepägt: Die „0“ hat zwar einen Strich („Die Null ist eins...“), man muss ihn aber beim Zählen ausblenden („... und sie ist aber Luft“). Damit hat er zwar kein Zahlverständnis ausgebildet, vermeidet aber Zählfehler.

Diesem „Problem“ stellen sich auch manche Schulbücher und Übungshefte, indem dieser „störende“ erste Strich schlicht weggelassen wird:



(Quelle: www.kinder-malvorlagen.com)

So besser nicht! Denn damit wird lediglich das Zählen erleichtert, statt auf den verständigen Einsatz des Zahlenstrahls hinzuwirken. Solche Arbeitsblätter sind eher dafür geeignet, eine Rechenschwäche zu befördern.

2. Das Prinzip der (Längen-) Einheit

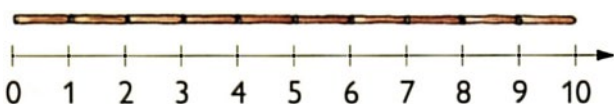
Der Zahlenstrahl ist eine Veranschaulichungsform der Zahlen, die mit Länge operiert. Zahlen werden daran als Strecke dargestellt.

Wir besinnen uns auf das Grundprinzip der Kardinalzahl und ihrer Einheit eins. „Alle Zahlen sind Einsen“ – diese Aussage über den inkrementellen Zahlaufbau müssen wir auch am Zahlenstrahl verdeutlichen, um daran eine adäquate Zahlvorstellung zu entwickeln.

Nicht der (zweite) Strich an der Markierung „1“ veranschaulicht die Zahl eins, sondern es ist die Strecke von „0“ bis „1“:



Nebenbei: Das zuvor angesprochene Arbeitsblatt aus dem Erstklassbuch „Rechenwege“ beginnt mit einer Abbildung, welche zehn so darstellt:

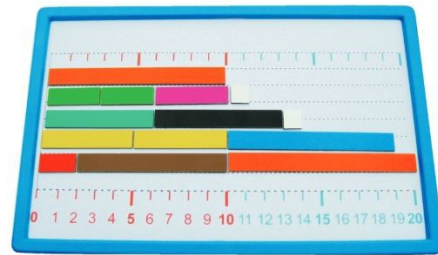


(vollständige Seite: www.zahlbegriff.de/rechenwege)

Zu Beginn wird hier das Nutzen der Einheitsstrecke eingeführt – allerdings ohne dies dann auf dem Arbeitsblatt weiter zu nutzen. Schade!

Anzahl wird am Zahlenstrahl mit Länge veranschaulicht. Will man mit den Kindern einen kardinalen Zahlbegriff als Basis zählfreien Rechnens ausbilden, muss dies

bei der Darstellung von Zahlen sowie beim Vergleichen und Rechnen mit ihnen im Vordergrund stehen.



(Quelle: Verlag Lernspielkiste)

Gut geeignet ist dafür ein metallisch unterlegter Zahlenstrahl mit magnetischen Streifen unterschiedlicher Länge, die darauf angebracht werden (erhältlich im einschlägigen Lehrmittelvertrieb). Ganz nebenbei kommen damit die guten alten Cuisenaire-Stäbe zu neuen Ehren (vgl. Arnold Fricke; Heinrich Besuden: *Mathematik in der Grundschule*, Klett-Verlag 1982). Vergessen Sie dabei aber nie den Bezug auf die weiße Einheit eins, die Basis aller Zahlen!

Werden Zahlen konsequent mit Längen veranschaulicht und die Striche am Zahlenstrahl als Markierungen der Strecke von null bis zu dieser Zahl verstanden, so haben wir damit zwei Fliegen mit einer Klappe geschlagen: Neben der kardinalen Zahlvorstellung haben wir damit die Grundvoraussetzung für die Längenmessung in den höheren Klassen gelegt.

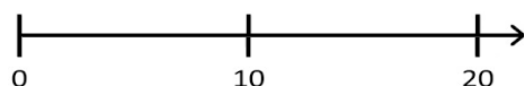
3. Praktische Anwendungen

Muss nun bei jeder Darstellung die gesamte Strecke von null ab veranschaulicht werden? Nein. Dies ist genau dann nicht mehr nötig, wenn dies mitgedacht wird, also beim Schüler ein kardinaler Zahlbegriff ausgebildet ist.

Wenn die Kinder also wissen, dass eine Position am Zahlenstrahl für den Abstand von null bis zu dieser Markierung steht, sie dies mit den Einheitsstrecken im Sinne von $5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ auffüllen können, dann kann man mit den Positionen, also den Zahlmarkierungen selbst arbeiten. Anders ausgedrückt: Der Schüler muss die Anzahl mitdenken, die am Zahlenstrahl mit Länge dargestellt ist. Darauf aufbauend ergeben sich interessante Anwendungsmöglichkeiten.

Schätzen am leeren Zahlenstrahl

Ich bin ein Freund des leeren bzw. nicht komplett markierten Zahlenstrahls, um mit Kindern das schätzende Eintragen von Zahlen zu üben, damit sie so eine Größenvorstellung bekommen.

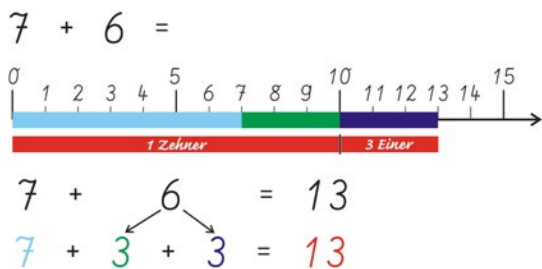


Die Aufgabenstellung für den Schüler besteht darin, eine vorgegebene Zahl am Zahlenstrahl zu markieren

bzw. zu einer vorgegebenen Markierung die Zahl zu nennen. Dies ist auch gut geeignet, in der Gruppe diskutiert zu werden. Z. B. warum 15 genau zwischen 10 und 20 liegt, warum 8 näher bei zehn als bei 0 ist usw.

Zehnerübergang

Wird im Unterricht beim Rechnen bis hundert für den Zehnerübergang das Teilschrittverfahren eingeführt, bietet sich neben den Systemblöcken nach Zoltán Pál Dienes oder dem Rechenzug nach Reinhard Kutzer auch der Zahlenstrahl an, um den für das Verständnis des Zahlensystems wichtigen Einheitenwechsel zu veranschaulichen.



(Quelle: Fortbildungsunterlagen MLZ Dortmund)

Wichtig ist an dieser Stelle der (automatisierte) Rückgriff auf die Zahlzerlegungen und das Demonstrieren des Bündelns durch das Austauschen von zehn Einern zu einem Zehner. Auch dies geht mit dem magnetischen Zahlenstrahl gut.

Runden veranschaulichen

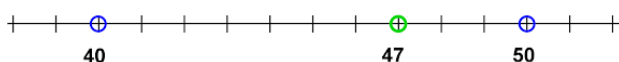
Ein Beispiel für eine sinnvolle Anwendung des Zahlenstrahls bietet die Darstellung des Rundens von Zahlen mit Hilfe der Zahlbeziehungen.

Die folgende Abbildung nutzt zwar einen Zahlenstrahl, bezieht sich aber gar nicht auf die Gründe für die zu erarbeitenden Rundungsregeln:



(Quelle: www.kleineschule.com.de)

Solche inhaltsleeren Merkgelungen stehen einer nachvollziehbaren Erklärung der Rundungsregeln im Weg. Stattdessen sollte über den Abstand von Zahlen gesprochen werden. Beim Runden wird der nächstgelegene Zehner gesucht, und dies lässt sich am Zahlenstrahl gut veranschaulichen:



Am Anfang steht die Aussage „47 liegt zwischen 40 und 50“. Danach wird über den Abstand zu den bei-

den Nachbarzehnern gesprochen, diese Abstände werden verglichen und darüber der nächstgelegene Zehner bestimmt.

Anschließend werden die Sonderfälle besprochen. Zunächst sind dies Zahlen in der Mitte. Zu 35 etwa lässt sich kein eindeutig nächstgelegener Zehner bestimmen, da beide Nachbarn gleich weit entfernt sind. An dieser Stelle (und wirklich nur hier!) benötigen wir eine Regel, die sich nicht aus der Arithmetik ableiten lässt.

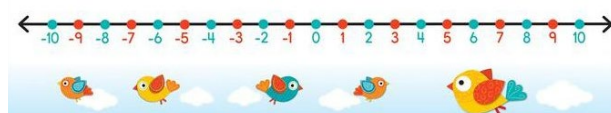
Bei uns ist es üblich, bei Zahlen, die in der Mitte liegen, stets auf den nächstgrößeren Zehner zu runden. Eine Notwendigkeit dafür gibt es nicht – es ist sogar ungünstig: Denn wenn mit gerundeten Zahlen weiter gerechnet wird, verfälscht sich das Ergebnis immer mehr in die größere Richtung. Im Unterschied dazu war es z. B. im Curriculum der DDR vorgegeben, bei geraden und ungeraden Zehnern abwechselnd in unterschiedliche Richtung zu runden. Und in Computerprogrammen wird in der Regel „eine Münze geworfen“ – das heißt, sie entscheiden nach dem Zufallsprinzip, ob auf- oder abgerundet wird.

Der zweite Sonderfall betrifft „glatte Zehner“. Ich kenne Schüler, die z. B. bei 40 mit der Merkgel „bis 4 rundet man ab“ auf die Einerziffer 0 blicken und dann auf „30“ abrunden. Andere Kinder sagen auch, 40 könne man gar nicht runden, weil es ja schon ein Zehner sei. Beiden ist die (falsche) Vorstellung gemein, eine Zahl müsse beim Runden stets verändert werden. Stattdessen sollte man auch hier nach dem nächstgelegenen Zehner fragen. Die Antwort lautet: Es ist er selbst, der Abstand ist null. Besprechen lässt sich diese Besonderheit z. B. mit der Analogie von Abständen zwischen Bushaltestellen. Ich möchte Weg sparen und von meinem Haus immer nur zur nächstgelegenen Haltestelle gehen. Was ist nun, wenn ich eine Haltestelle direkt vor meiner Haustür habe? Dann wähle ich natürlich genau diese und muss gar nicht gehen (= Abstand bzw. Weg null).

Zusammenfassung

Der Zahlenstrahl steht meines Erachtens zu Unrecht in einem schlechtem Licht. Schuld daran, dass er mitunter lediglich als Zählhilfsmittel eingesetzt wird, ist nicht er selbst. Vielmehr sind es ungeeignete Lehrwerke resp. seine ungenaue oder gar fehlerhafte Einführung im Unterricht.

Verständig eingeführt nutzt der Zahlenstrahl den Kindern und den curricularen Vorgaben tut man so auch Genüge. Und nicht zuletzt ist damit auch eine fundierte Grundlage für die Fortsetzung in den negativen Bereich als Zahlengerade in der Sekundarstufe gelegt...



(Quelle: www.carsondellosa.com)

ILSA 1



Individuums- und Lernentwicklungszentriertes Screening Arithmetik
Screening- & Förderprogramm für den Beginn der Klasse 1

Wir haben ILSA für alle Kinder entworfen, für die lernschwachen und auch die lernstarken. ILSA wurde zur Erweiterung der Hilfeangebote für Schulen entwickelt: ILSA ist ein Screening- und Förderprogramm für den mathematischen Anfangsunterricht.

ILSA 1 ist ...

- ein qualitatives, schulalltagstaugliches Screening im Interview-Verfahren für den Beginn der ersten Klasse. Es ist qualitativ im Sinne einer Lernprozessanalyse für alle Kinder der ersten Jahrgangsstufe angelegt inkl. Kontrollfunktion für das Ende des Schuljahres.
- ein Förderprogramm, das mit dem Eintritt in die Schule für alle Kinder angewandt werden kann. Es integriert sich in gängige Didaktikmodelle, ist für Inklusionskinder und gute Schüler einsetzbar und kann in der Klassengemeinschaft oder im Förderunterricht angewandt werden.



Die ILSA-Fortbildung umfasst drei Fortbildungstage:

- theoretische Grundlagen der Zahlbegriffsbildung
- Auswertung des Screenings mit Videobeispielen
- Einsatz der Dokumentations- und Trainingssoftware

Die Fortbildungen für die Lehrkräfte finden zentral in Braunschweig statt. Bei größerer regionaler Nachfrage (ab etwa zehn Schulen) ist die Durchführung auch an einer Einrichtung vor Ort möglich.

Die Schule erhält eine umfangreiche Materialsammlung: u. a. den ILSA-Kasten mit den Zahlenkarten, 100 Screening-Bögen, Begleitbücher und die Auswertungs- und Trainings-Software. Nach Erwerb der Lizenz entstehen der Schule keine Folgekosten.

Interesse am Einsatz von ILSA?

Bei Interesse an dem Einsatz von ILSA an Ihrer Schule nehmen Sie bitte unverbindlich Kontakt mit uns auf. Sie erhalten dann weitere Informationen über das Screening-Konzept, Fortbildungstermine und die Kosten für Fortbildung, Material und Lizenzierung.

ILSA@zahlbegriff.de oder Tel. 0531-12167750

Entwicklung:

MATHEMATISCH LERNTHERAPEUTISCHES ZENTRUM (MLZ)
Dortmund - Bochum - Lüdenscheid



Mathematisch Lerntherapeutisches Institut (MLI)
Düsseldorf



IML

Institut für Mathematisches Lernen Braunschweig

Beratungs- und Forschungseinrichtung
zur Diagnose, Therapie und Prävention
der Rechenschwäche/Dyskalkulie

- Qualitative Förderdiagnose
- Wissenschaftliche Beratung
- Integrative Lerntherapie
- Spezifische Lehrerfortbildung

So erreichen Sie das IML Braunschweig

38100 Braunschweig, Steinweg 4 (Haltestelle Rathaus)
Telefon 05 31-12 16 77 50, Fax 05 31-12 16 77 59
per E-Mail: info@iml-braunschweig.de
im Internet: <http://www.iml-braunschweig.de>
Telefonsprechstunde: Di-Do, 12-14 Uhr
(nicht in den Ferien)

Schulinterne Lehrkräftefortbildung (SchILF)

Wir sind offizieller Fortbilder des Kompetenzzentrums Lehrerfortbildung der TU Braunschweig und bieten u. a. folgende Seminare an:

- **Qualitative Diagnostik von Rechenschwäche**
Erkennen von Dyskalkulie im diagnostischen Gespräch
- **Prävention/Vorbeugung in der ersten Klasse**
Prozessbegleitende Beobachtung und Gegenstrategien
- **Rechenschwäche in der Sekundarstufe I**
Probleme mit Dyskalkulie in weiterführenden Schulen

Haben Sie Interesse an einer Veranstaltung, so fordern Sie von uns bitte unser ausführliches Fortbildungsprogramm an.

Abonnement unserer halbjährlichen Zeitschrift

Der Bezug von „Kopf und Zahl“ ist beim IML Braunschweig sowohl in elektronischer als auch in gedruckter Form möglich. Bitte beachten Sie hierfür das beiliegende Bestellformular.

Das IML Braunschweig ist Mitglied im



Arbeitskreis des Zentrums für
angewandte Lernforschung
(gemeinnützige Gesellschaft mbH)

<http://www.arbeitskreis-lernforschung.de>

Auf der Homepage finden Sie viele weitere Informationen zur Thematik Dyskalkulie, Buchtipps und einen Pressespiegel.